

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

poziom rozszerzony

CZAS PRACY: 180 minut

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 50

Matura próbna przygotowana przez:

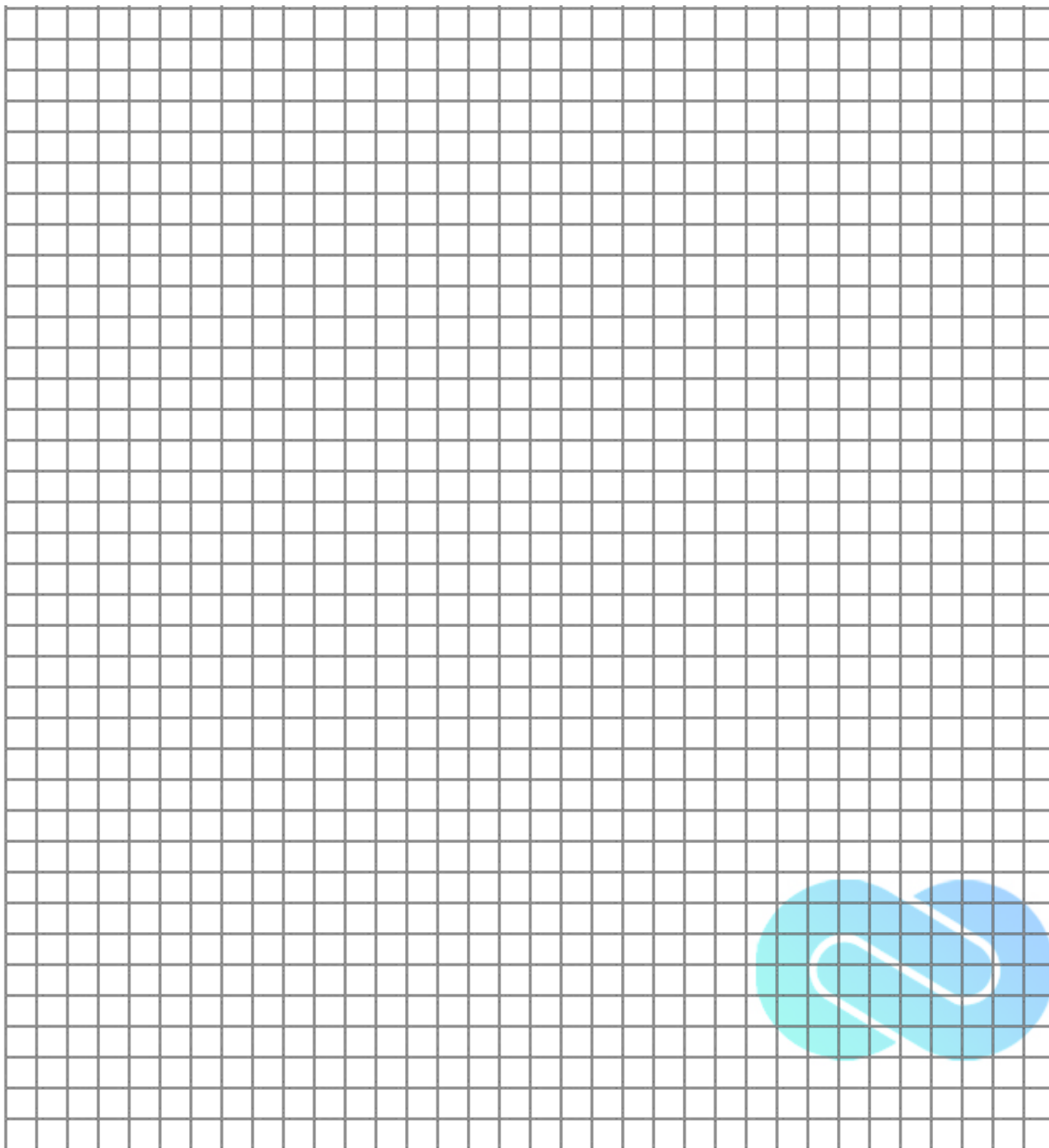
 **MATMA Z PASJĄ**

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y &= \frac{\sin(x \pm y)}{\cos(x \pm y)} \\ a^2 + b^2 &= r^2 \cos^2 \alpha + r^2 \sin^2 \alpha = r^2 \end{aligned}$$



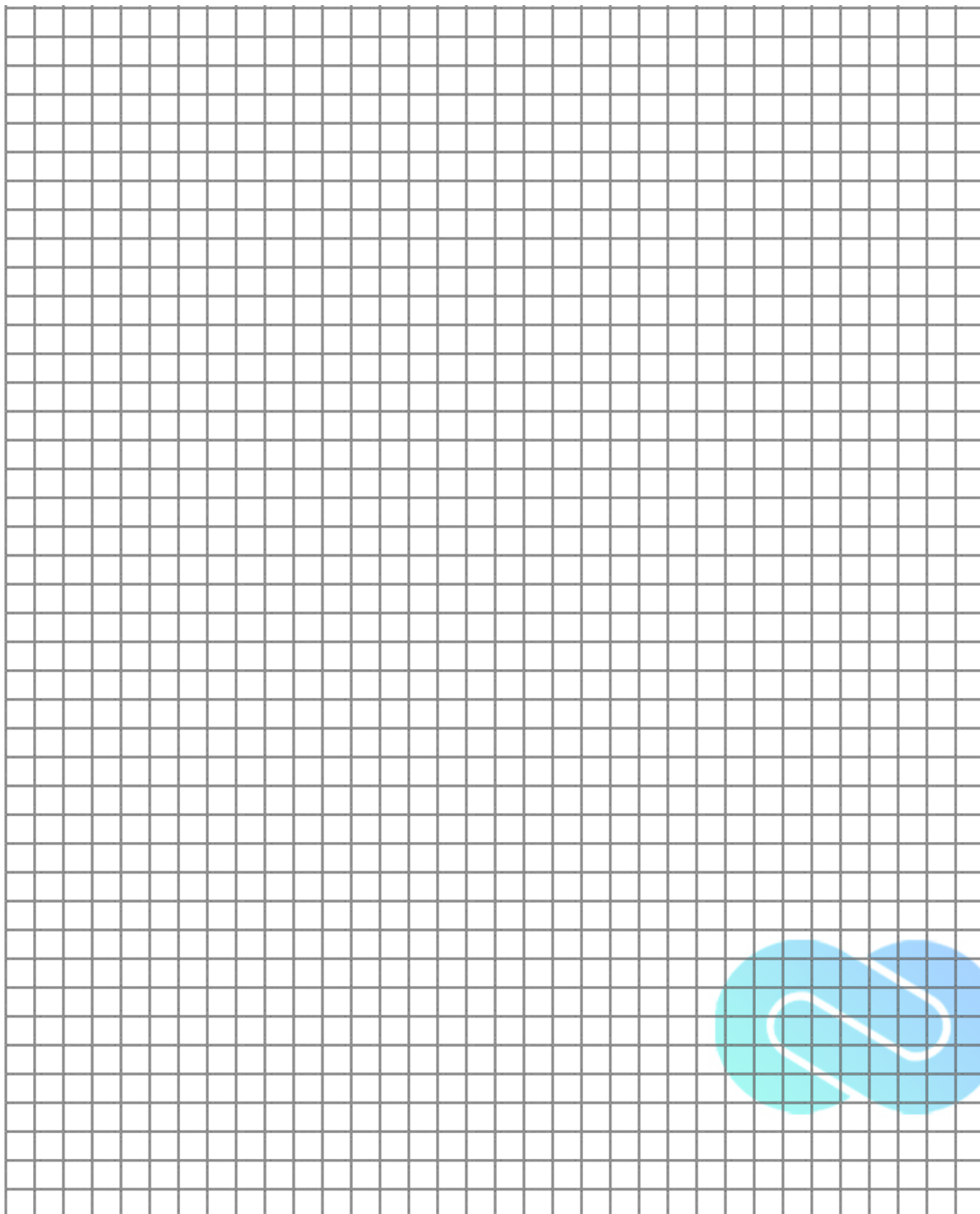
Zadanie 1. (0-4)

Oblicz ile jest dziesięciocyfrowych liczb parzystych w których cyfra 5 występuje dokładnie 3 razy, a cyfra 2 co najwyżej raz.



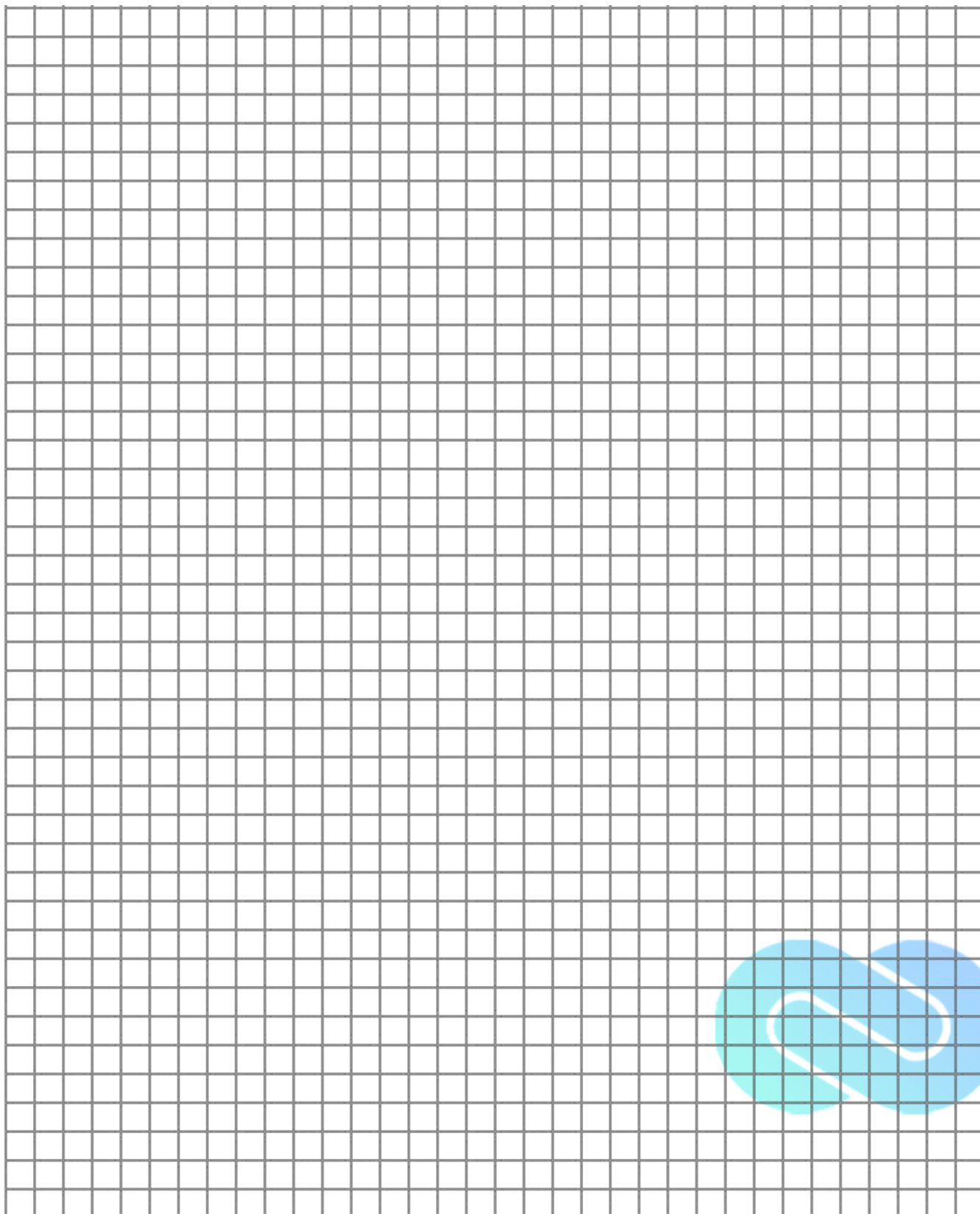
Zadanie 2. (0-3)

Dany jest wielomian $W(x) = -2x^3 + bx^2 + cx - 16$. Wyznacz wartości współczynników b i c , jeżeli wiadomo, że jednym z miejsc zerowych jest liczba 4, a reszta z dzielenia tego wielomianu przez dwumian $x - 5$ jest równa -36 .



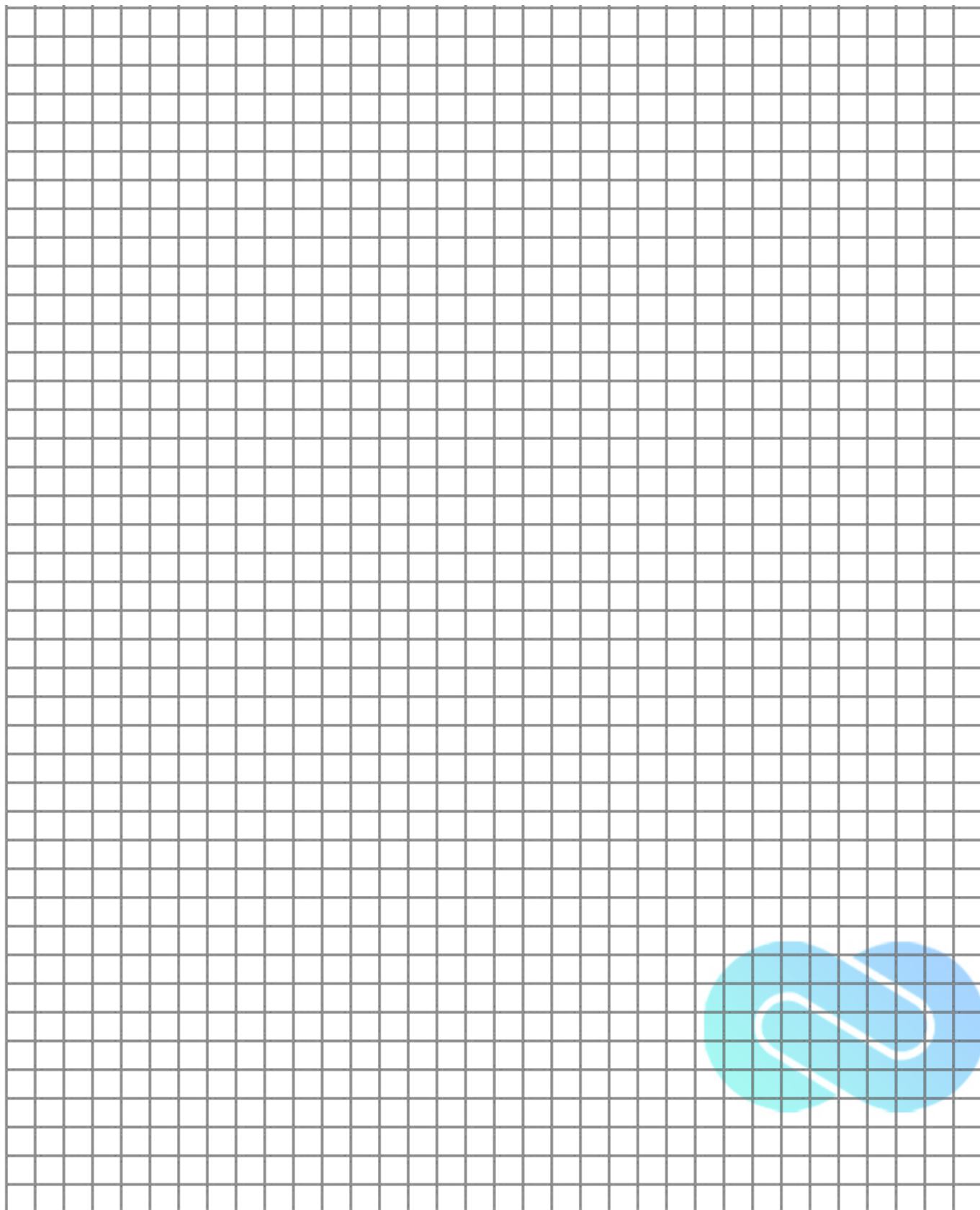
Zadanie 3. (0-4)

Przekrój ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek S i wysokość dwóch ścian bocznych jest trójkątem równobocznym. Pole tego przekroju wynosi $3\sqrt{3}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Zadanie 4. (0-4)

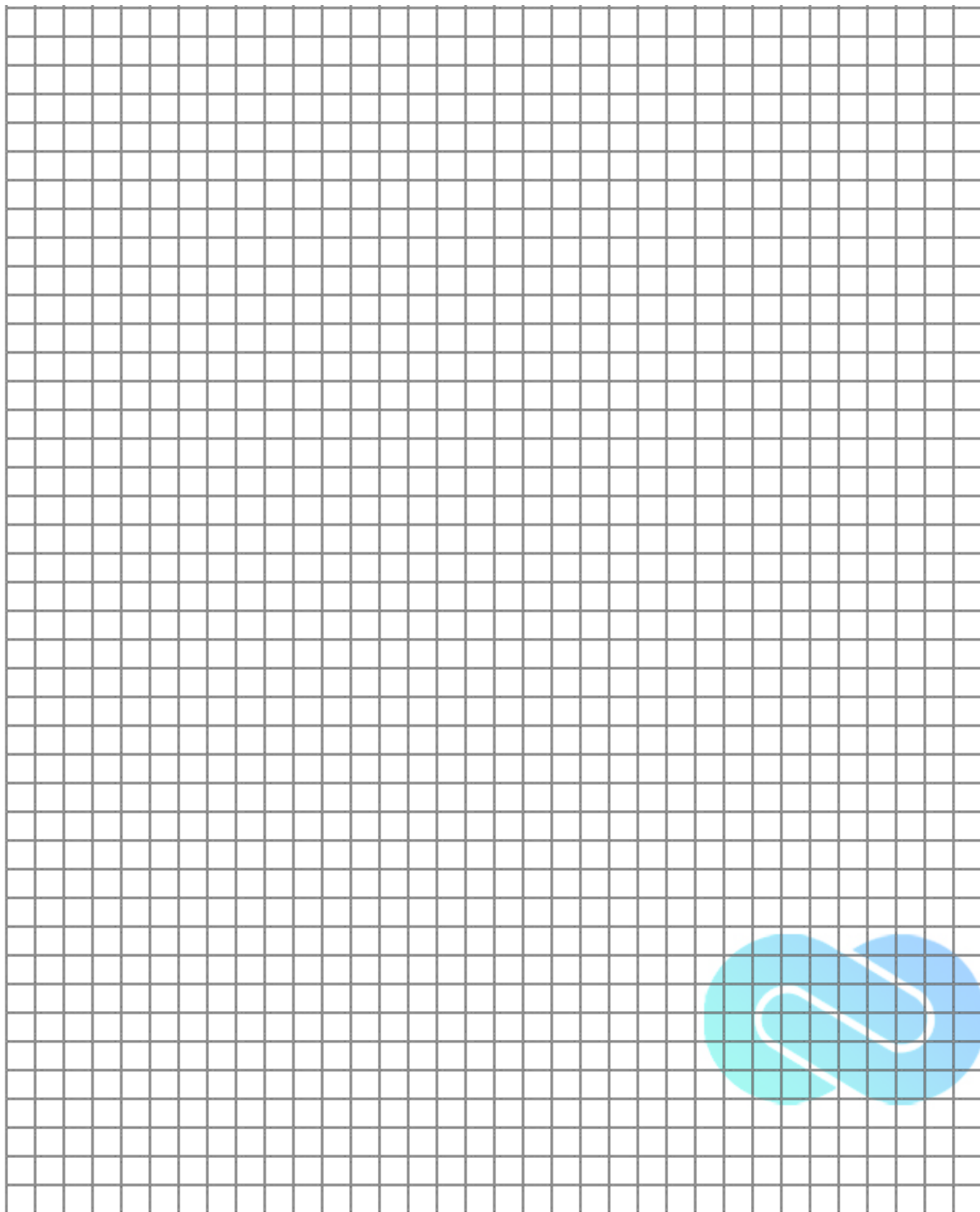
Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + \frac{1}{2}mx + m = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 , spełniające równanie $x_1 = 2x_2$.



Zadanie 5. (0-4)

Rozwiąż równanie:

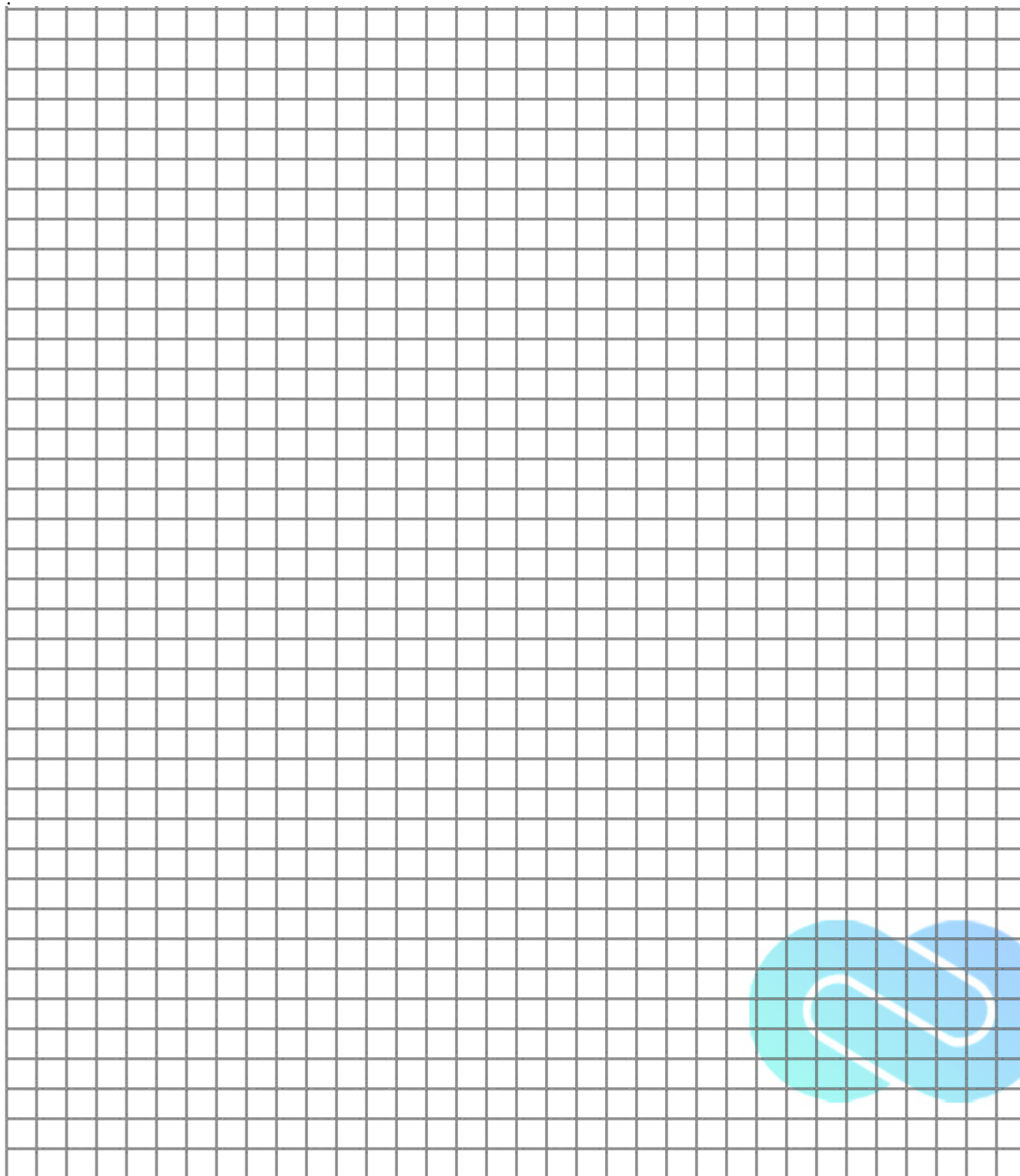
$$2 \sin^3 x \cdot \cos x - \frac{5}{2} \sin 2x = \cos^3 x - 3 \cos x$$



Zadanie 6. (0-3)

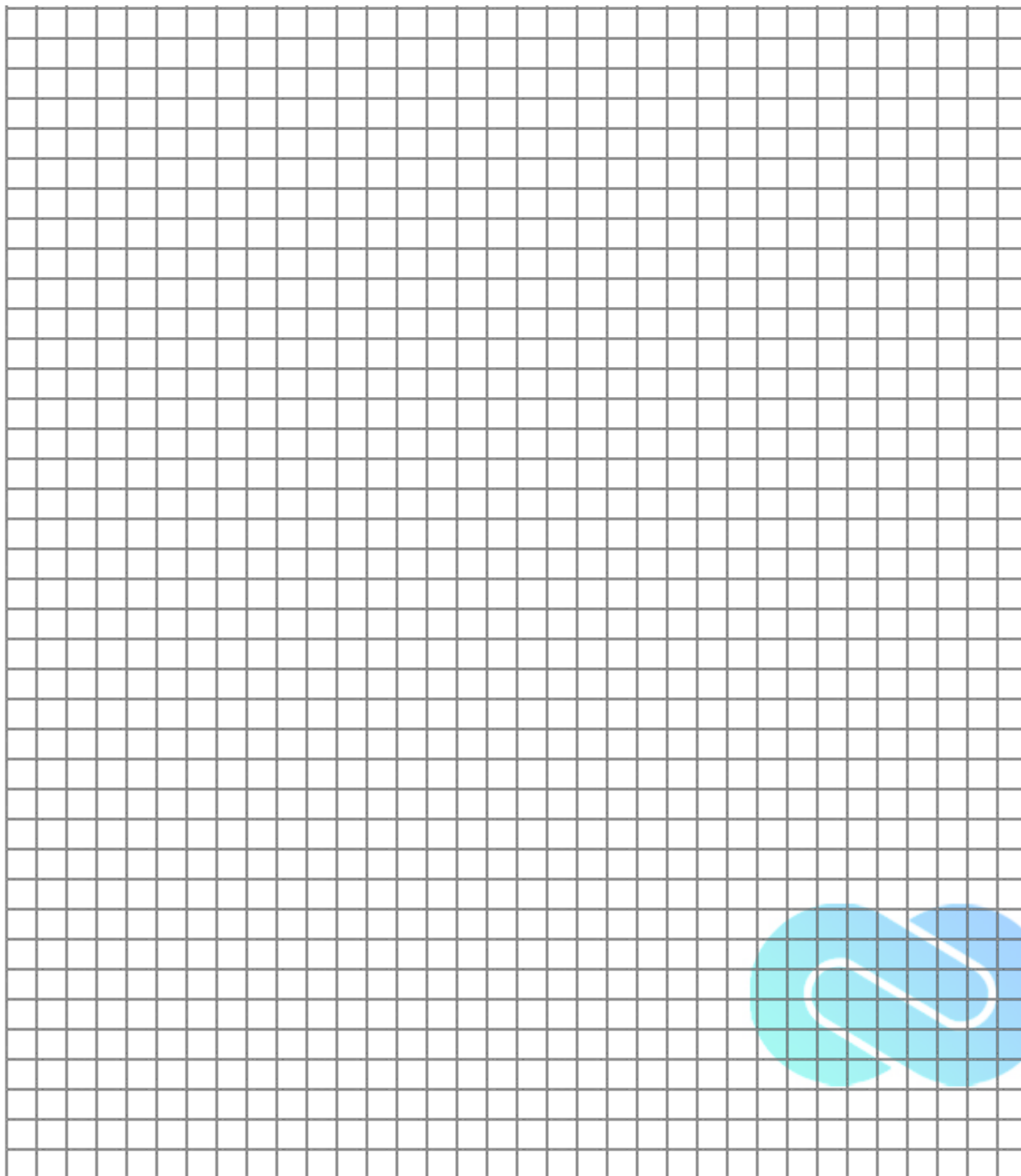
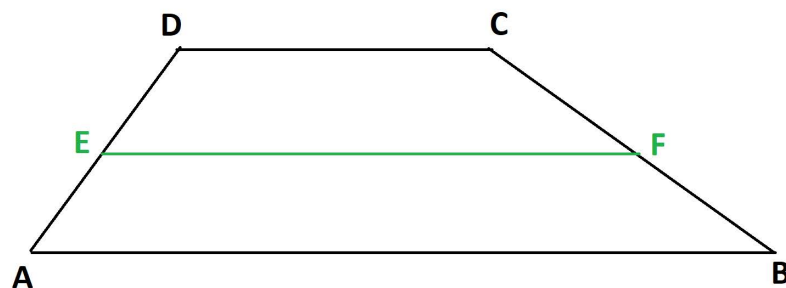
Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej dodatniej x i dla każdej liczby rzeczywistej dodatniej y prawdziwa jest nierówność:

$$\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}xy \geq \frac{4x}{\frac{4}{y} + \frac{3}{x}}$$



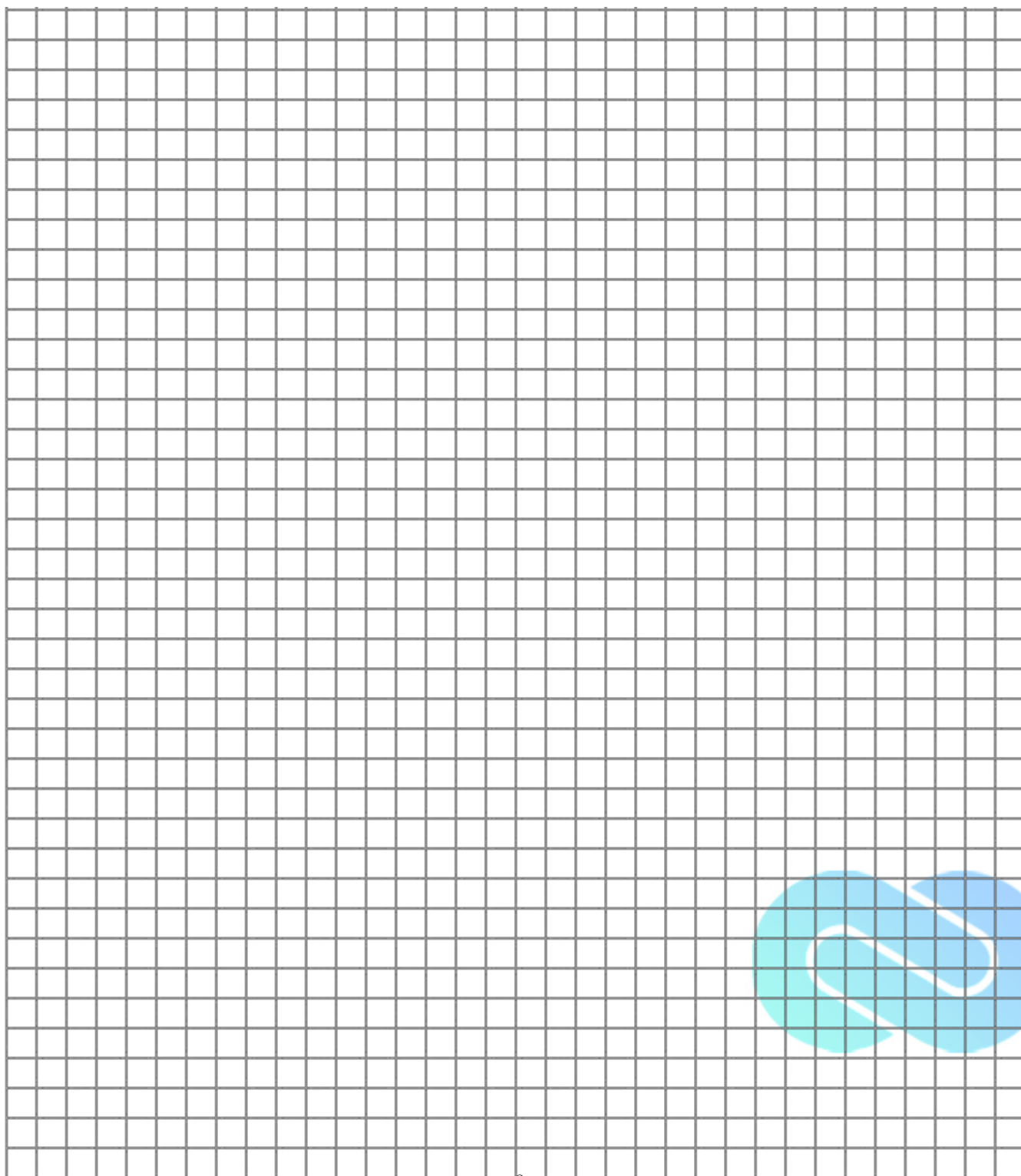
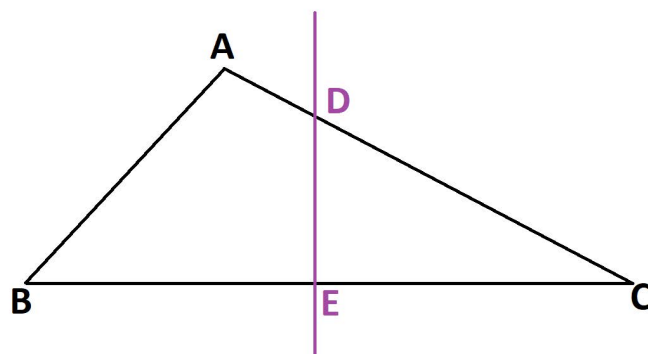
Zadanie 7. (0-3)

Dany jest trapez $ABCD$ w którym $AB \parallel CD$.
W trapezie tym połączono środki ramion
odcinkiem EF (patrz rysunek). Udowodnij,
że odcinek EF jest równoległy do obu podstaw
oraz $|EF| = \frac{|AB|+|CD|}{2}$.



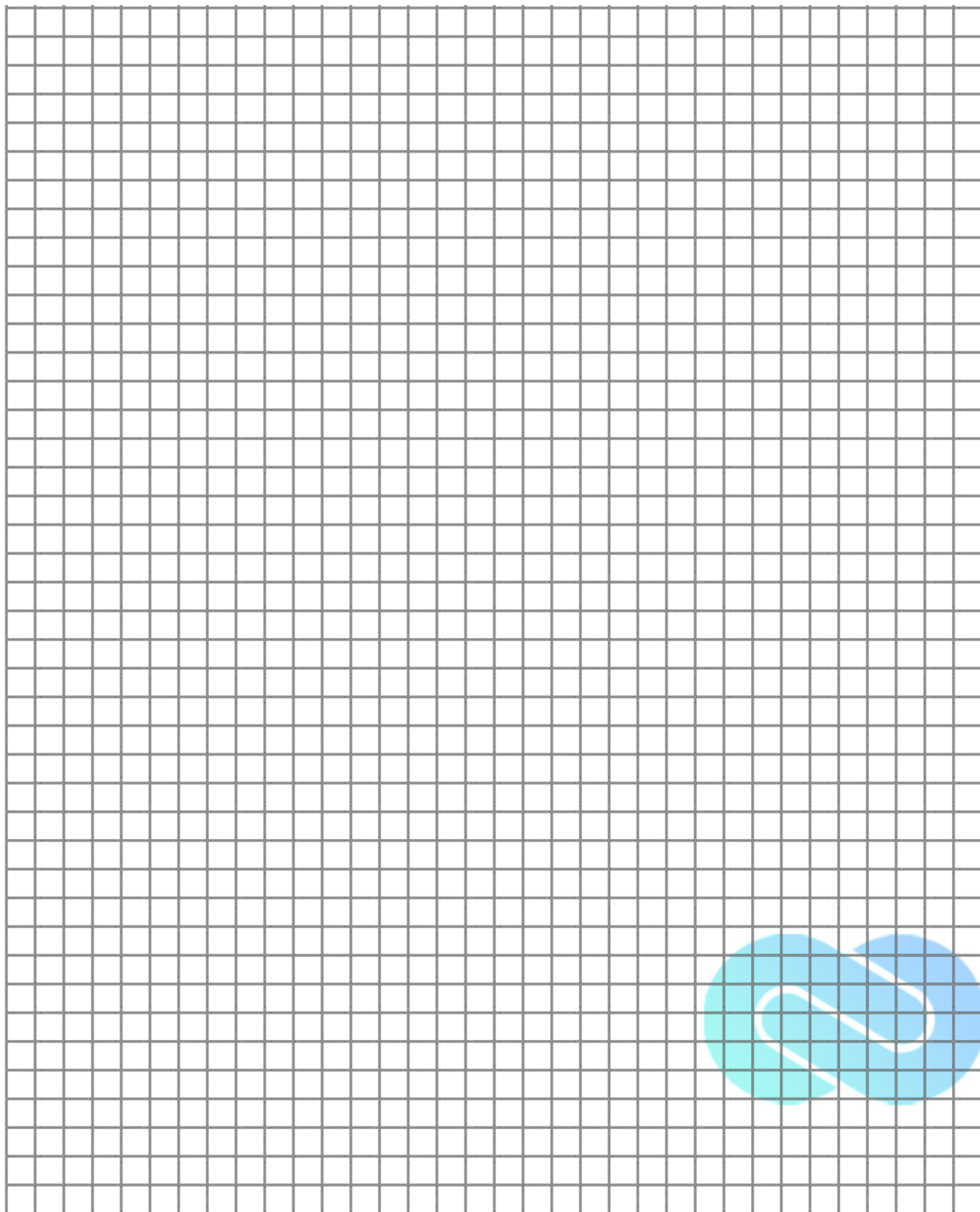
Zadanie 8. (0-4)

W trójkącie prostokątnym ABC , w którym jedna przyprostokątna jest 2 razy dłuższa od drugiej, poprowadzono symetralną przeciwprostokątnej, która przecięła bok AC w punkcie D , a bok BC w punkcie E (patrz rysunek). Wyznacz stosunek wysokości tego trójkąta, poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego, do długości odcinka DE .



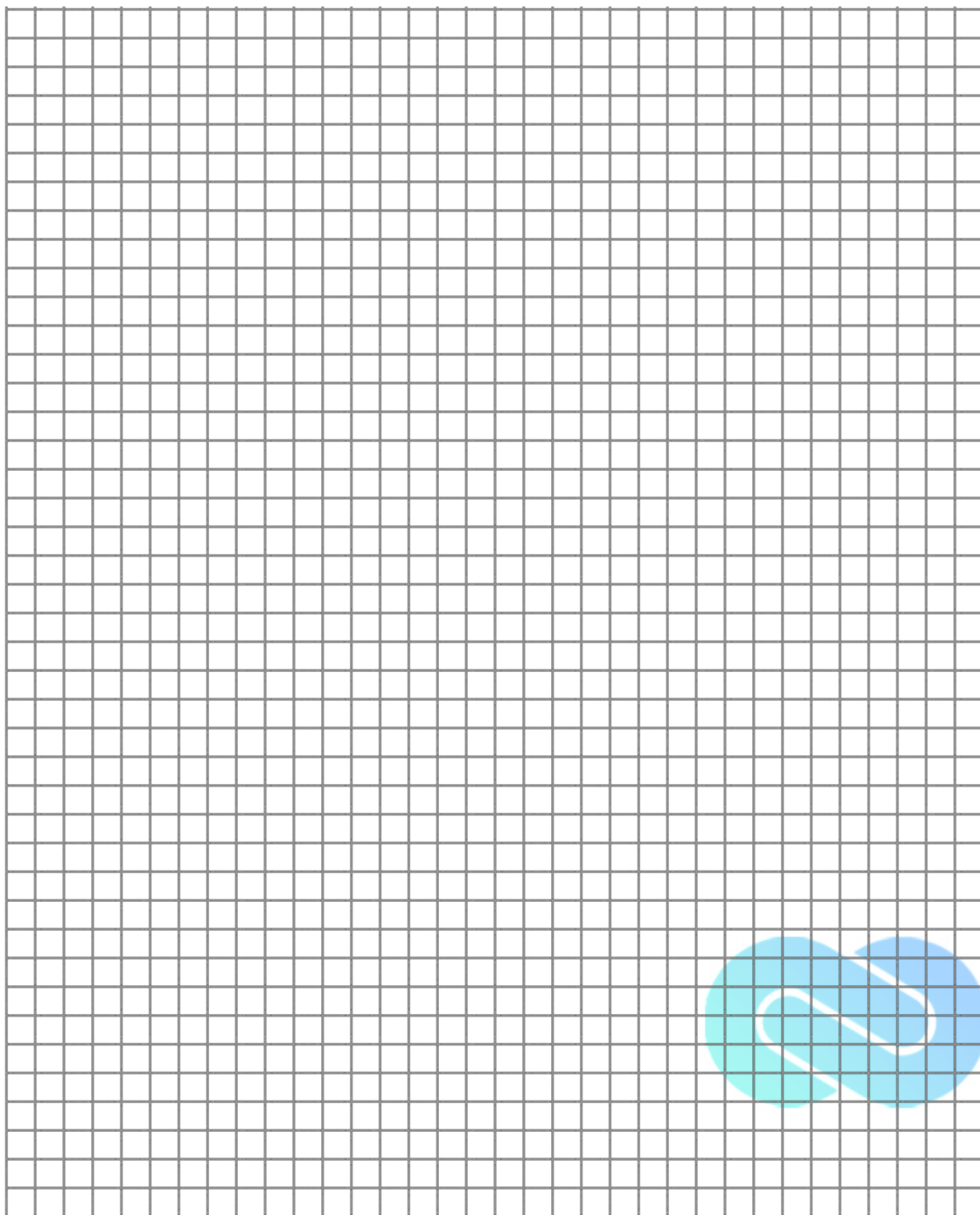
Zadanie 9. (0-5)

Objętość graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa $V = 9p$. Wyznacz długość krawędzi podstawy, dla której pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest najmniejsze.



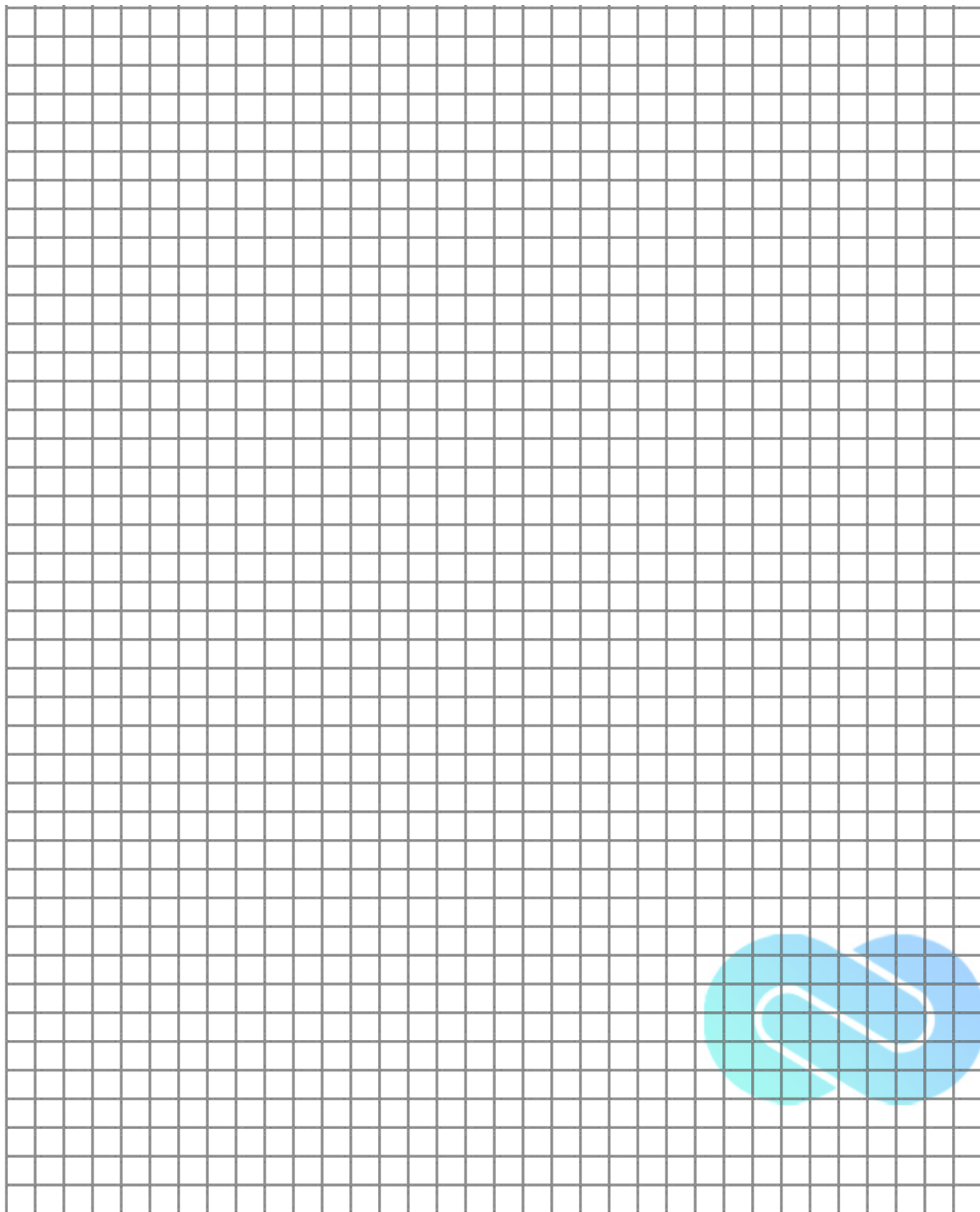
Zadanie 10. (0-3)

Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x}$, $x \in \langle \frac{1}{2}, \infty \rangle$ w punkcie P o współrzędnych $P = (2, y_p)$.



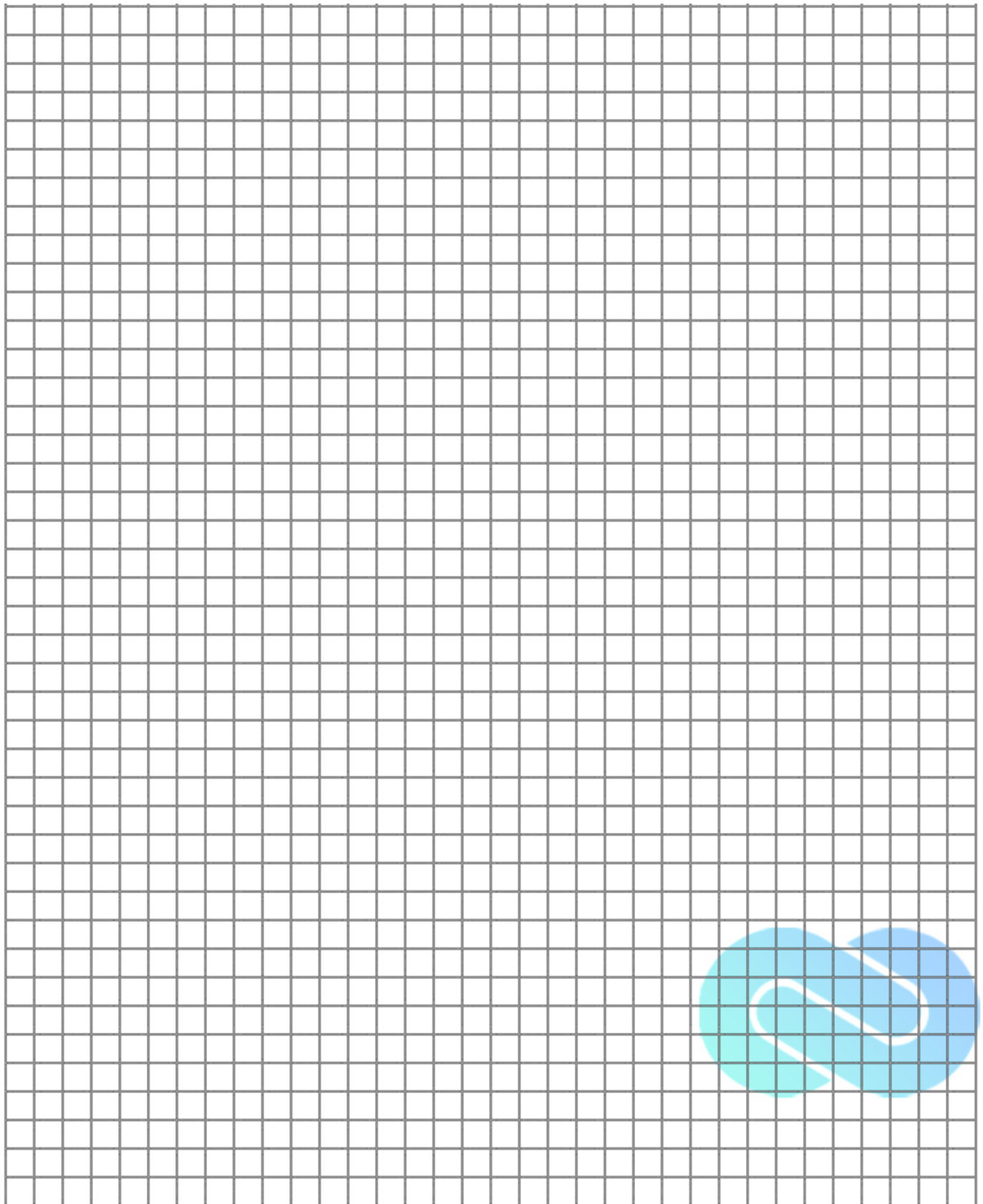
Zadanie 11. (0-4)

Suma trzech początkowych wyrazów malejącego ciągu geometrycznego a_n jest równa $S_3 = 5\frac{1}{4}$. Ciąg b_n jest rosnącym ciągiem arytmetycznym, dla którego $a_1 = b_{16}$, $a_2 = b_4$ i $a_3 = b_1$. Oblicz a_1 .



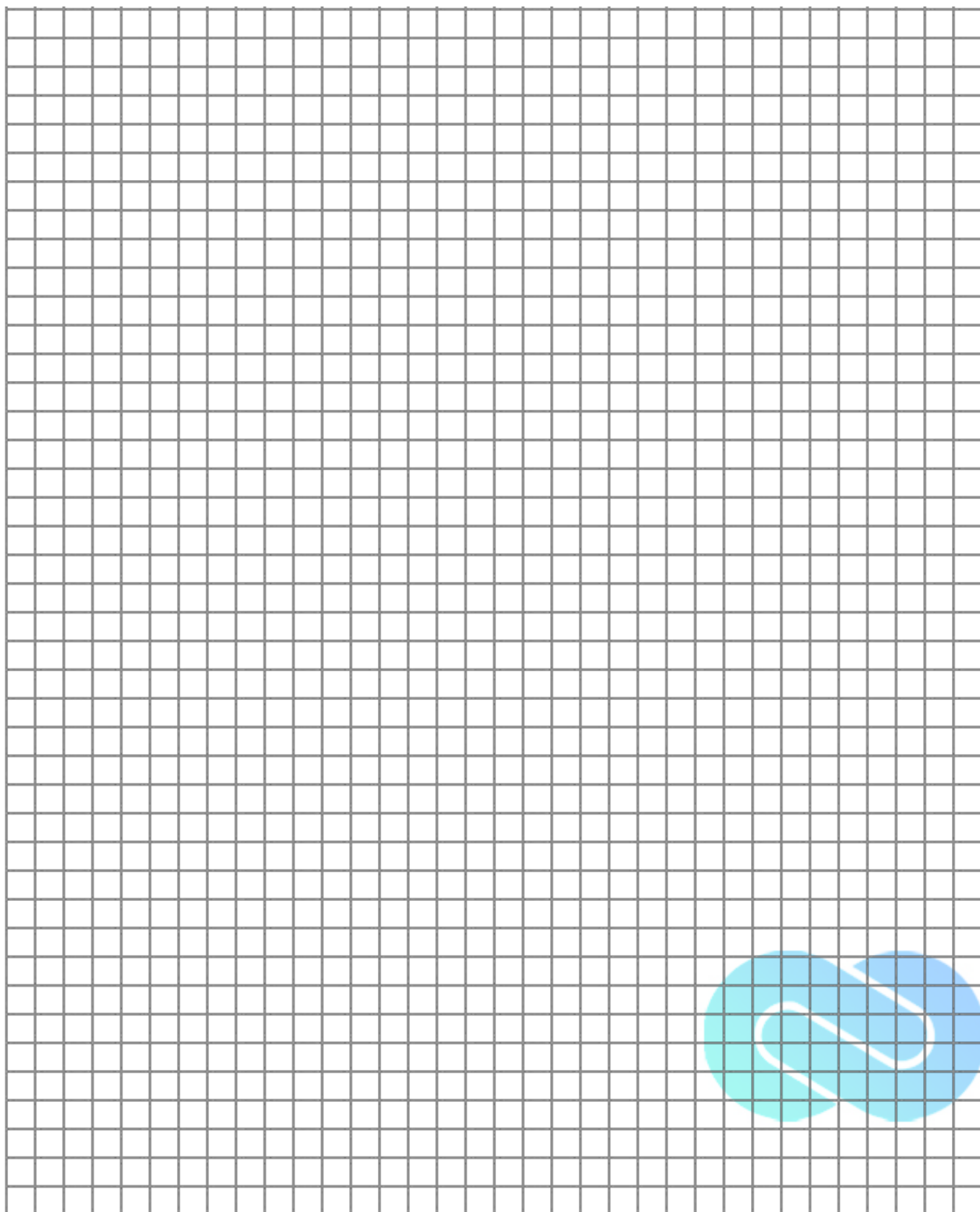
Zadanie 12. (0-3)

Zbadaj monotoniczność funkcji $f(x) = \frac{3-x}{x+5}$ dla $x \in (-\infty, -5)$



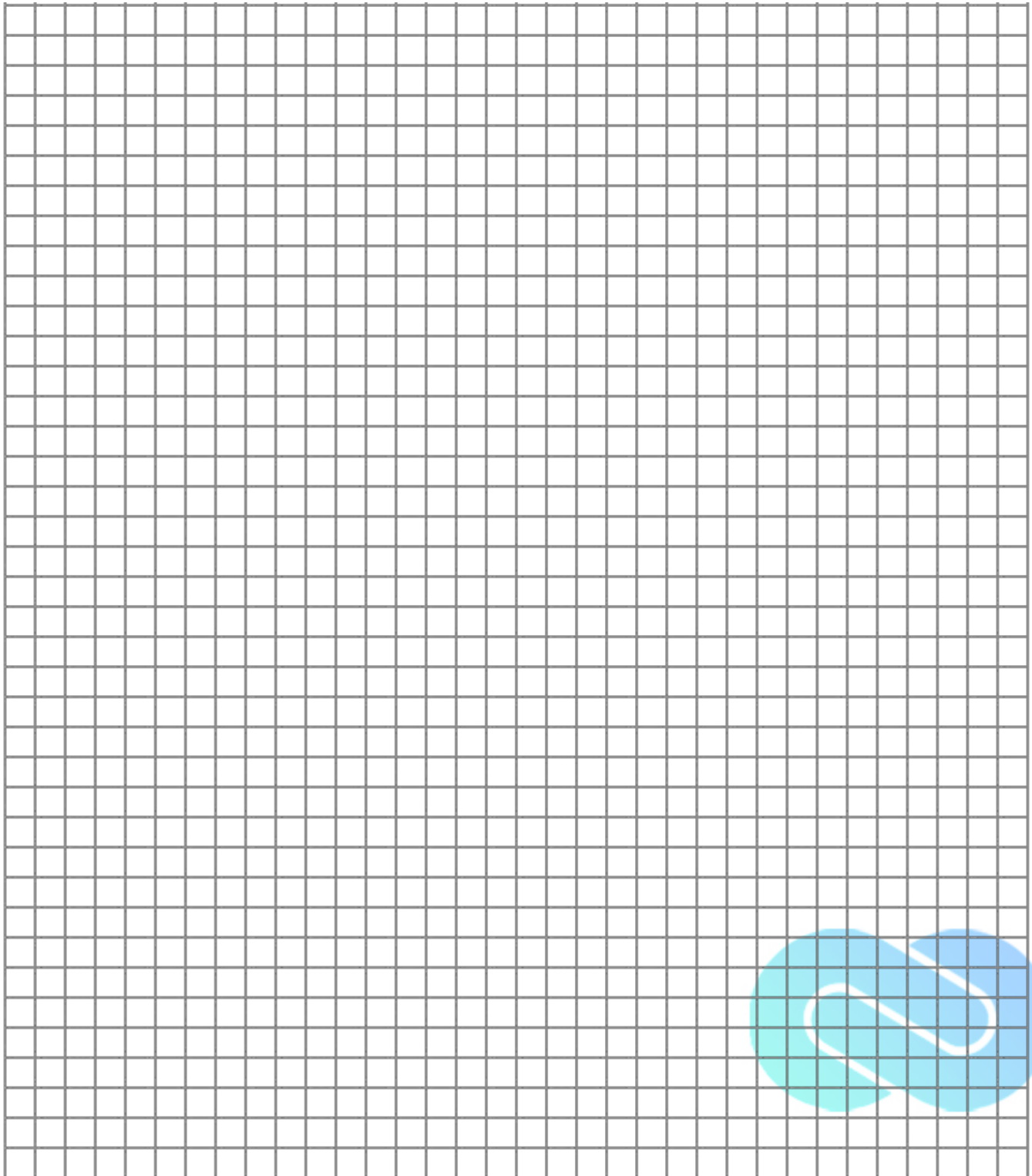
Zadanie 13. (0-2)

Oblicz granicę ciągu $a_n = \sqrt[n]{3 \cdot 6^n + 2 \cdot 9^n}$



Zadanie 14. (0-4)

Mamy dwie symetryczne monety oraz 4 niesymetryczne monety w których orzeł wypada z prawdopodobieństwem 60%, a reszka z prawdopodobieństwem 40%. Losujemy jedną monetę i rzucamy nią 3 razy. Z tych trzech rzutów wypadł jeden orzeł i dwie reszki. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że wylosowałem symetryczną monetę, skoro w 3 rzutach wypadł jeden orzeł.



Potrzebujesz pomocy w przygotowaniu się do matury?

SPRAWDŹ AMzP



$$\cos 50^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos(x \pm y)}$$
$$a^2 + b^2 = r^2 \cos x$$

