

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

poziom rozszerzony

CZAS PRACY: 180 minut

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 50

Matura próbna przygotowana przez:

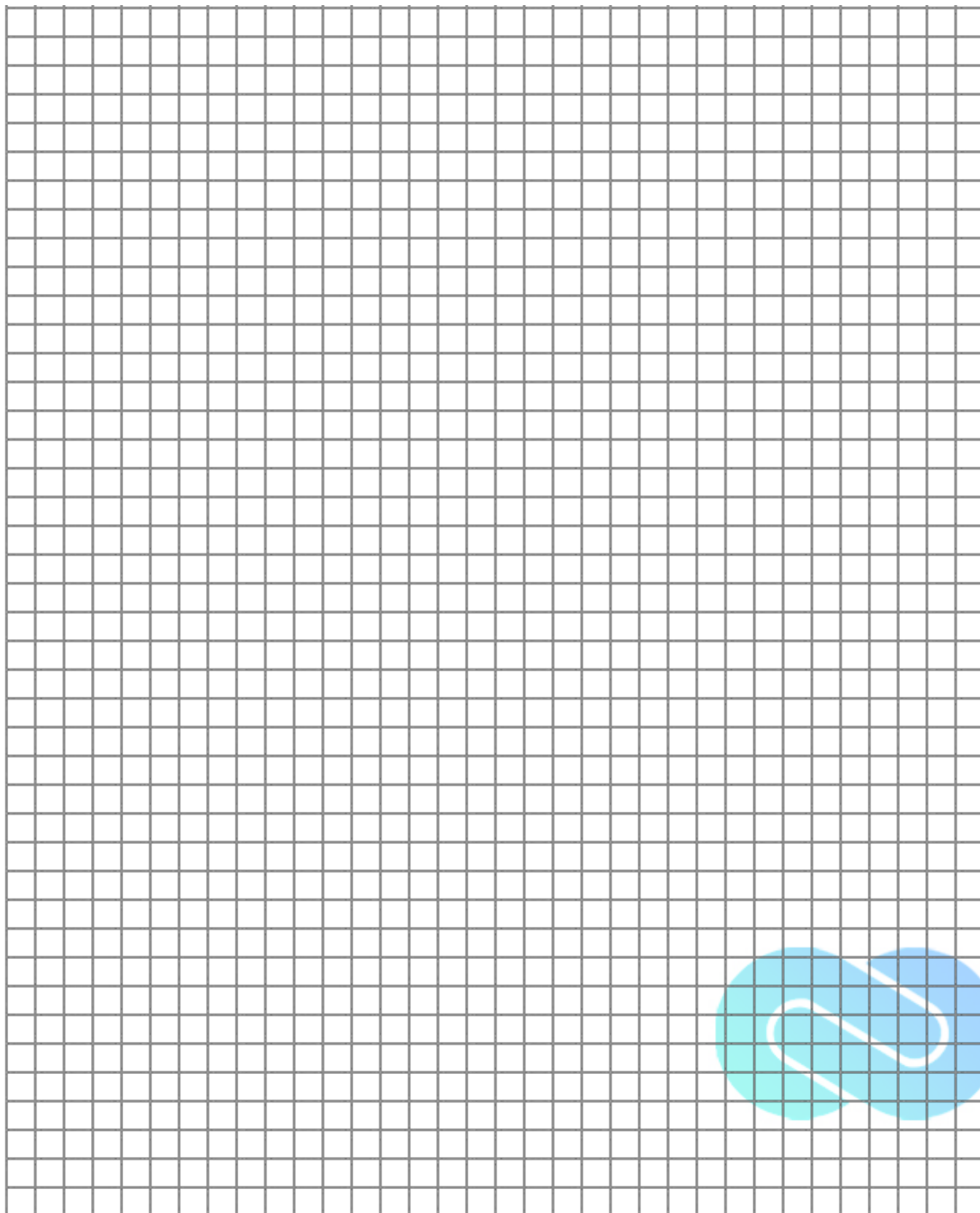
 **MATMA Z PASJĄ**

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y &= \frac{\sin(x \pm y)}{\cos(x \pm y)} \\ a^2 + b^2 &= r^2 \cos^2 \alpha + r^2 \sin^2 \alpha = r^2 \end{aligned}$$



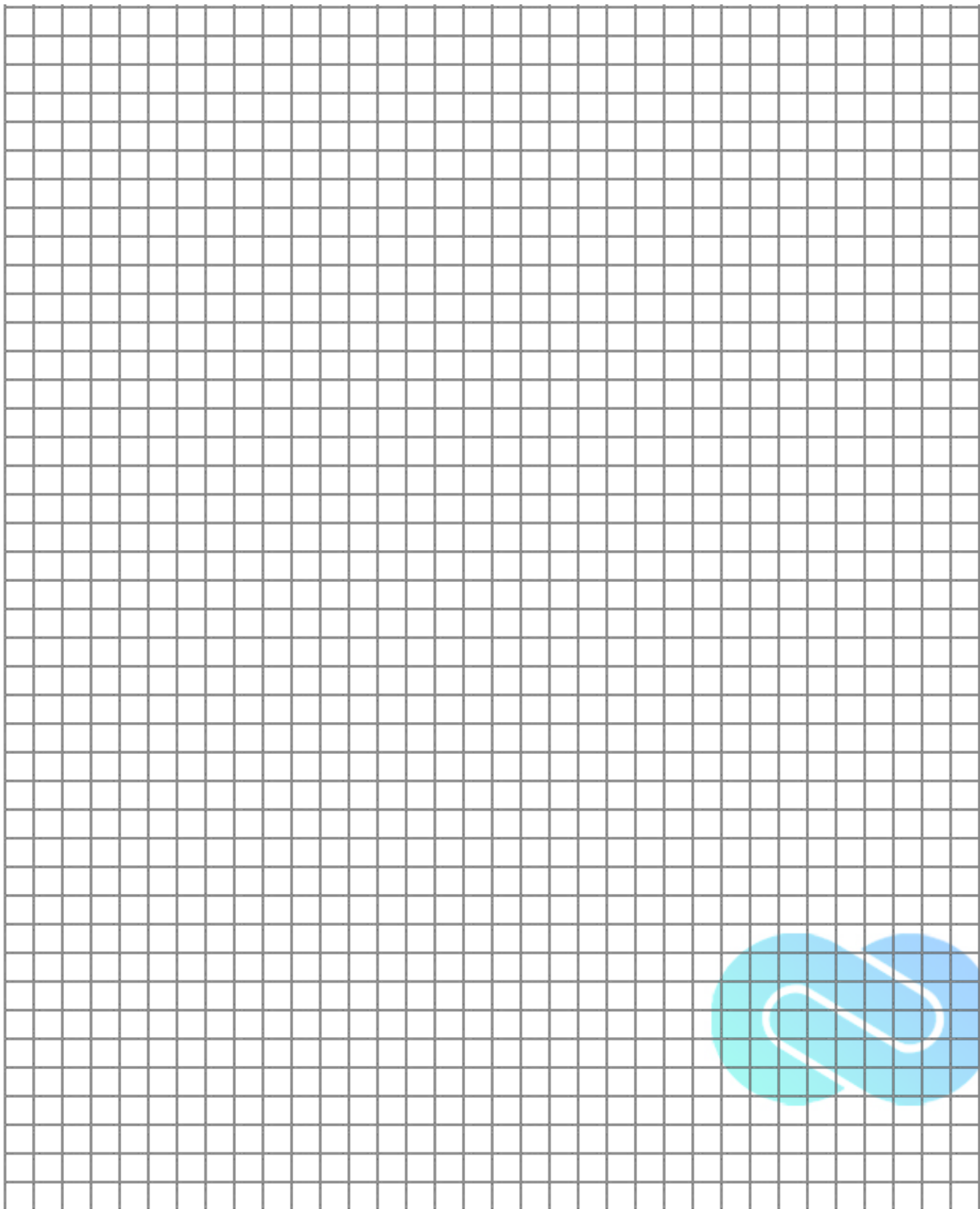
Zadanie 1. (0-5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 - 4mx - m^3 + 6m^2 + 9m - 18 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $(x_1 - x_2)^2 \geq 6m + 18$.



Zadanie 2. (0-5)

Dany jest wielomian $W(x) = -2x^2 + ax^2 + bx + c$. Pierwiastki tego wielomianu tworzą trójwyrazowy niemonotoniczny ciąg geometryczny o trzecim wyrazie równym 4, a suma wyrazów tego ciągu jest równa 3. Wyznacz a, b, c .

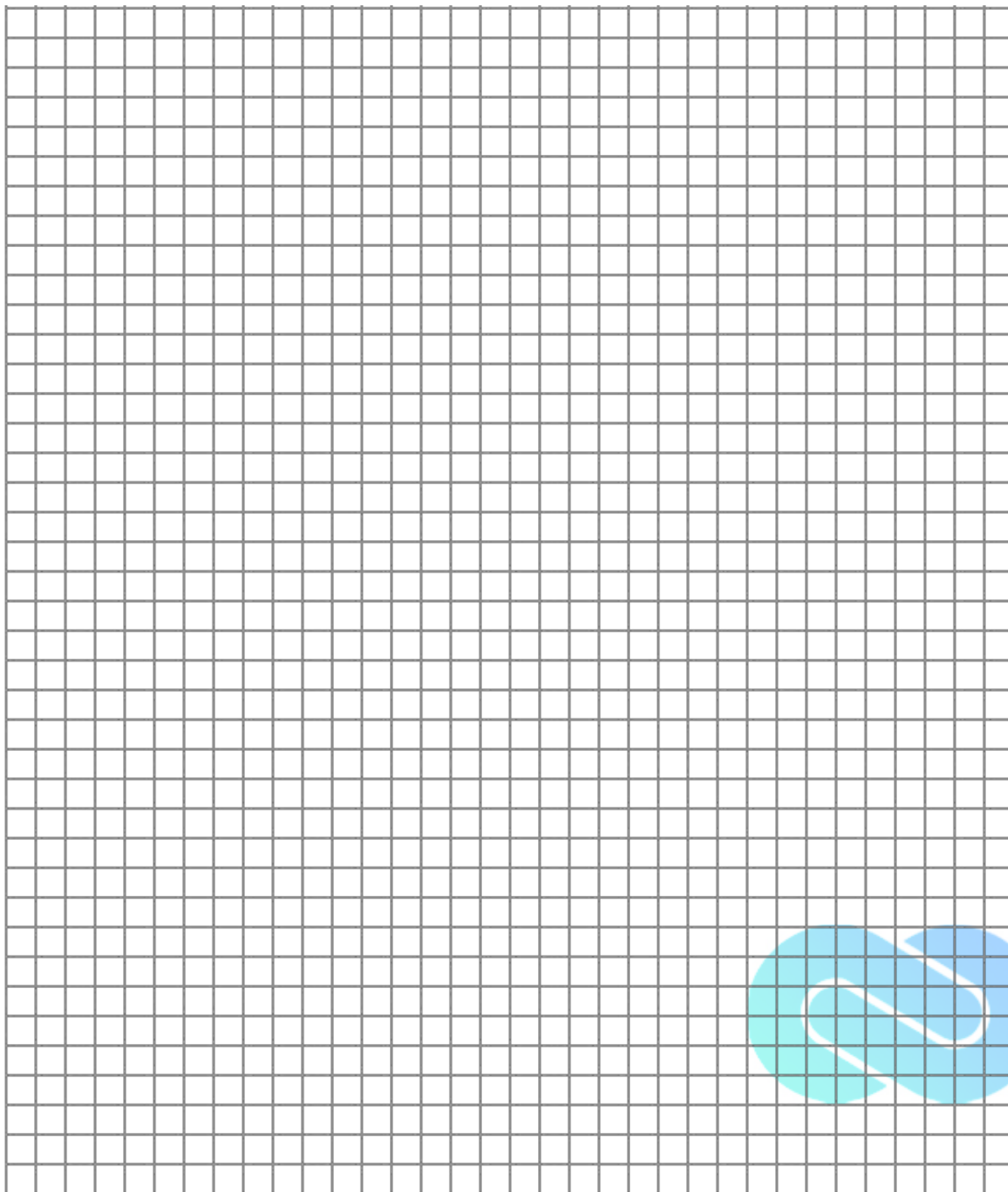


Zadanie 3. (0-4)

Rozwiąż równanie:

$$1 + \sin x = -\sqrt{3} \cos x$$

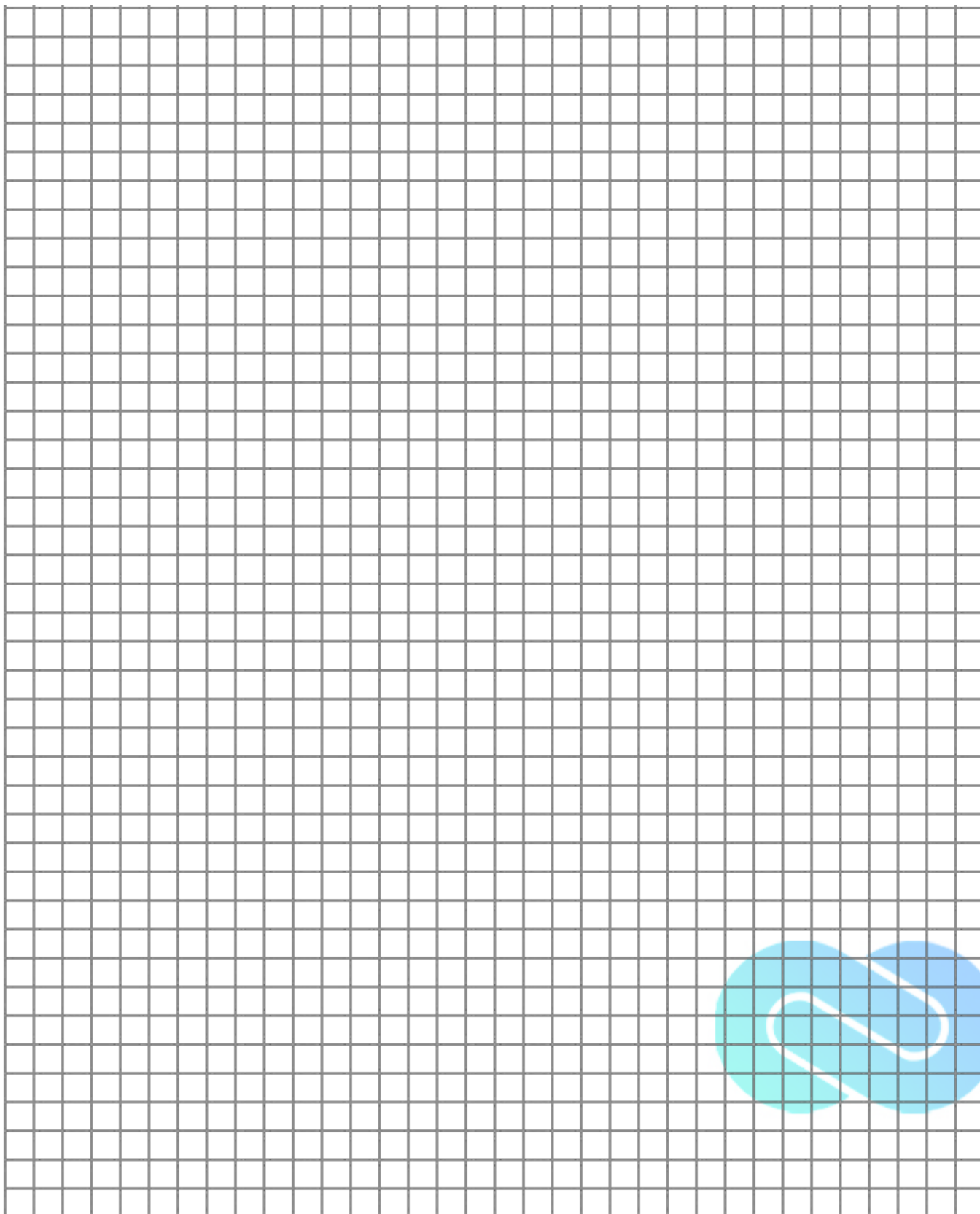
w przedziale $\langle 0, 4\pi \rangle$.



Zadanie 4. (0-4)

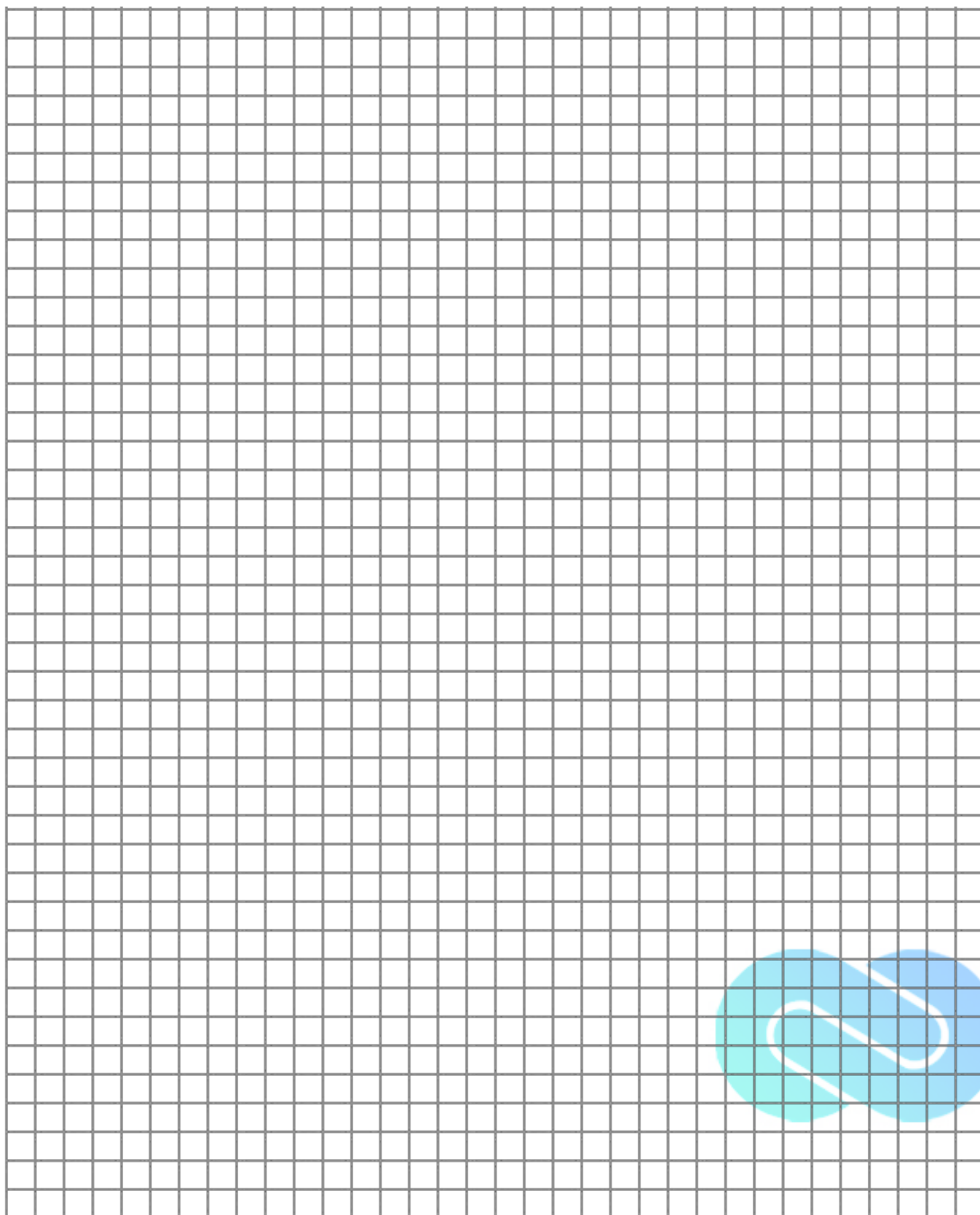
Rozwiąż nierówność:

$$|2 - x| + |4 - 3x| > x$$



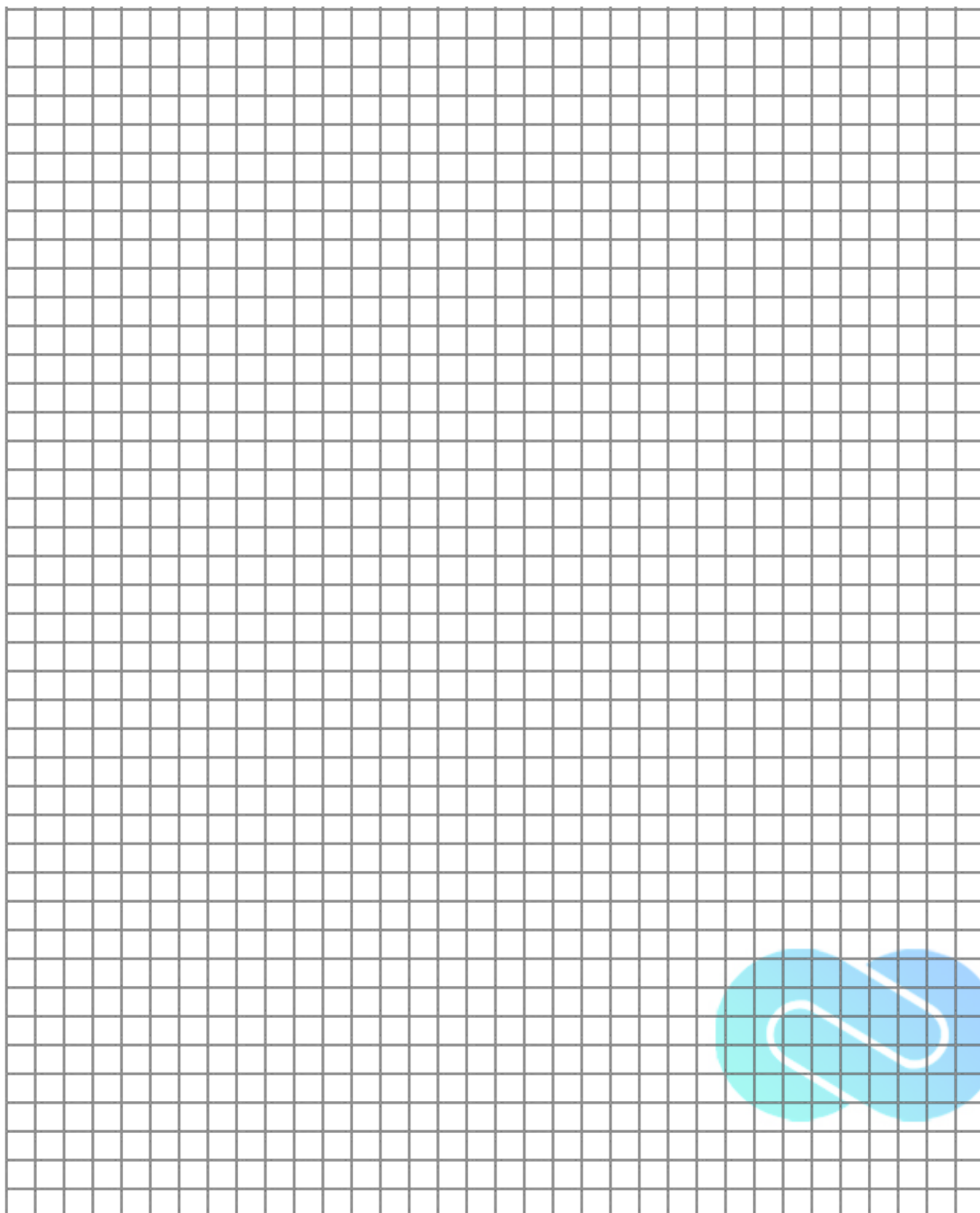
Zadanie 5. (0-4)

W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A ma miarę 60° . Wyznacz długość środkowej poprowadzonej z wierzchołka C , jeżeli $|BC| = 2\sqrt{43}$ i $|AC| = 12$.



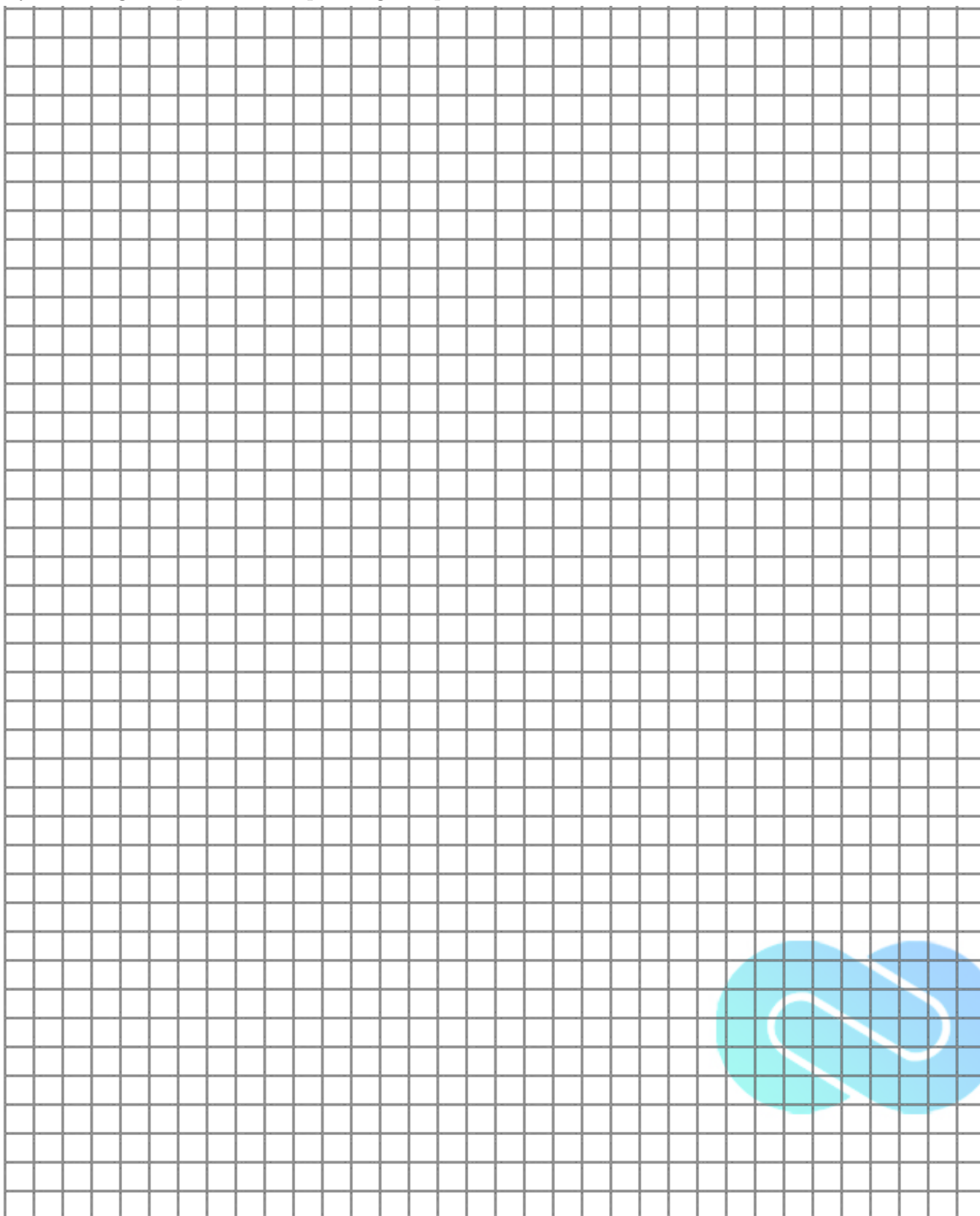
Zadanie 6. (0-4)

W ostrosłupie $ABCS$ podstawa ABC jest trójkątem równoramiennym o bokach długości 80, 80 i 96. Oblicz objętość tego ostrosłupa, jeżeli każda krawędź boczna tego ostrosłupa ma długość 130.



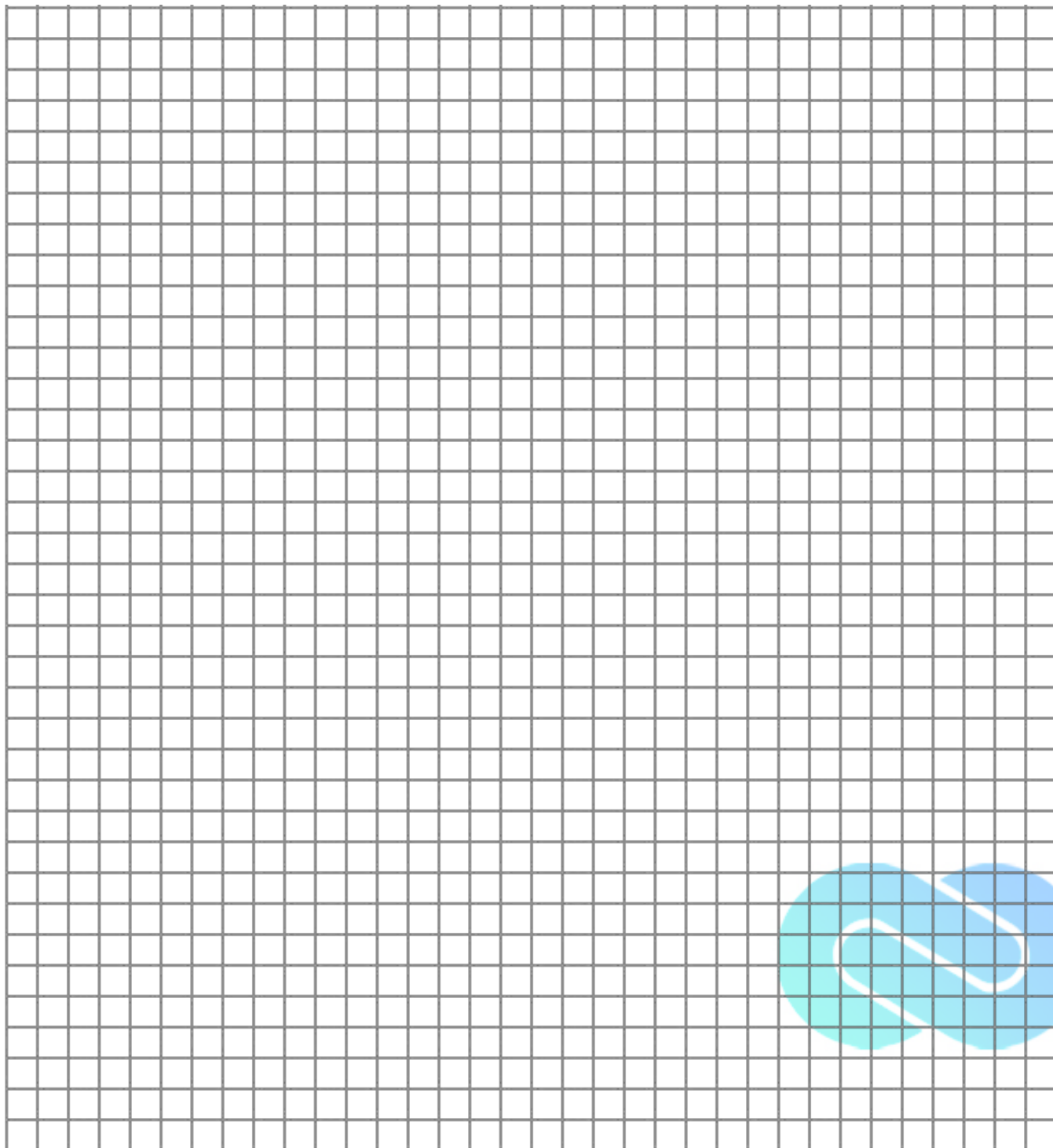
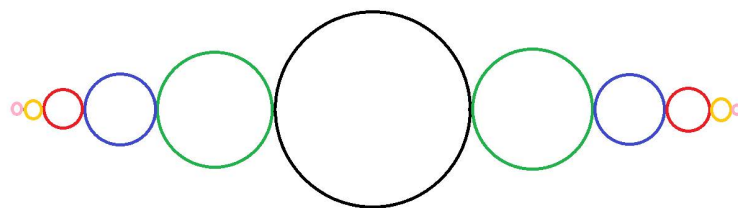
Zadanie 7. (0-4)

Punkty $B = (4, -2)$ i $D = (-5, 1)$ są przeciwległymi wierzchołkami trapezu $ABCD$, na którym można opisać okrąg. Proste BC i DA są równoległe. Prosta o równaniu $y = \frac{1}{2}x + 1$ jest osią symetrii tego trapezu. Oblicz pole tego trapezu.



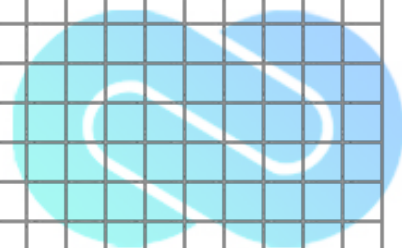
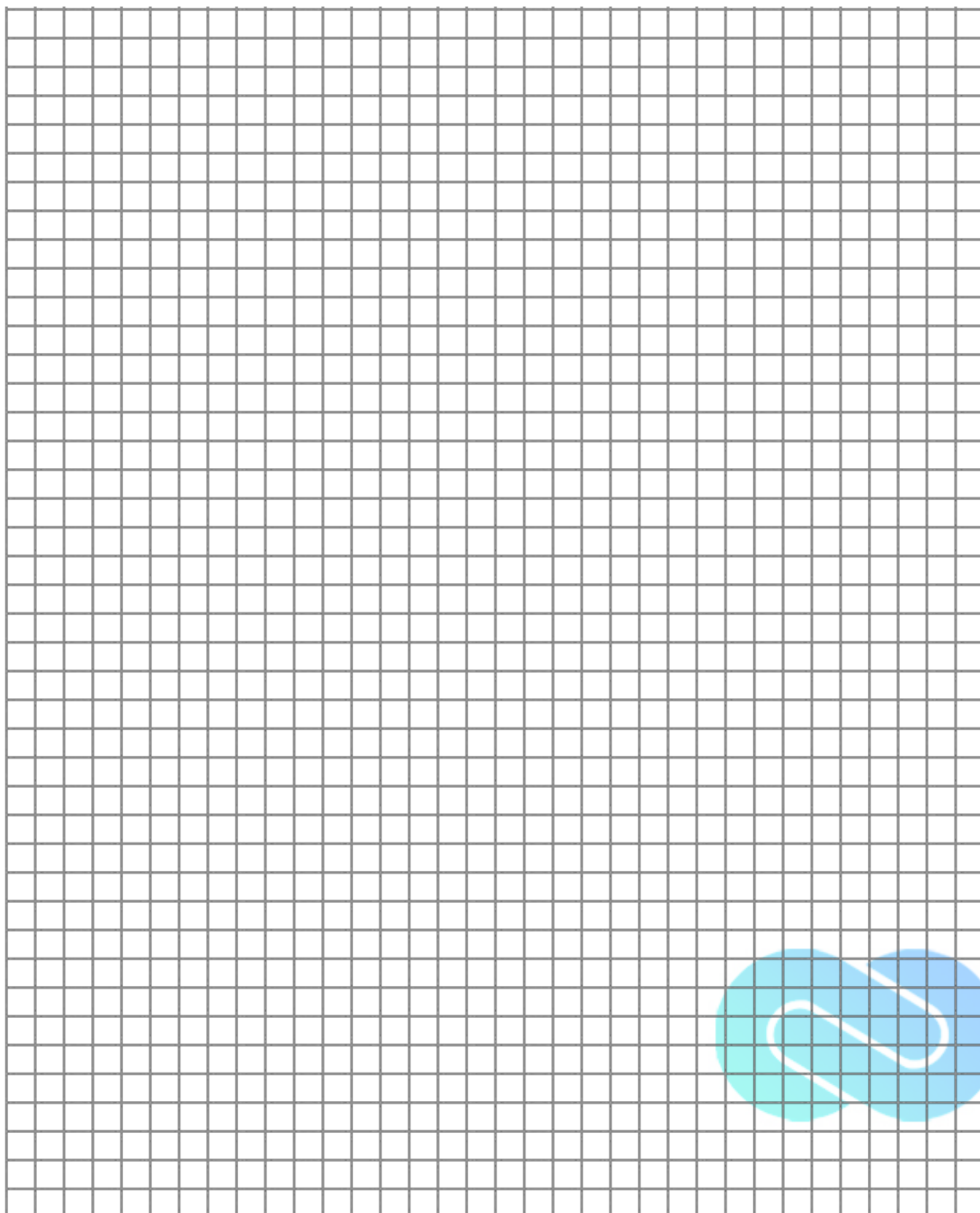
Zadanie 8. (0-5)

Dane jest koło k_1 o promieniu r . Na zewnątrz tego koła narysowano dwa koła k_2 styczne zewnętrznie, których obwody są równe połowie obwodu koła k_1 . Na zewnątrz kół k_2 narysowano koła k_3 , których obwody są równe połowie obwodów kół k_2 . Czynność tą powtórzono nieskończenie wiele razy (patrz rysunek). Oblicz sumę pól wszystkich narysowanych kół.



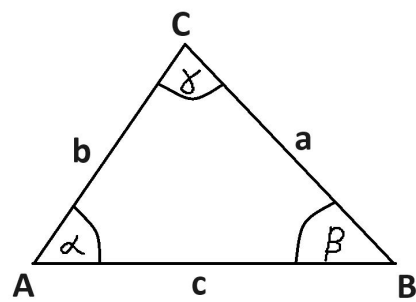
Zadanie 9. (0-3)

Oblicz, ile jest liczb naturalnych dziewięciocyfrowych, takich, że iloczyn cyfr w ich zapisie jest równy 45.

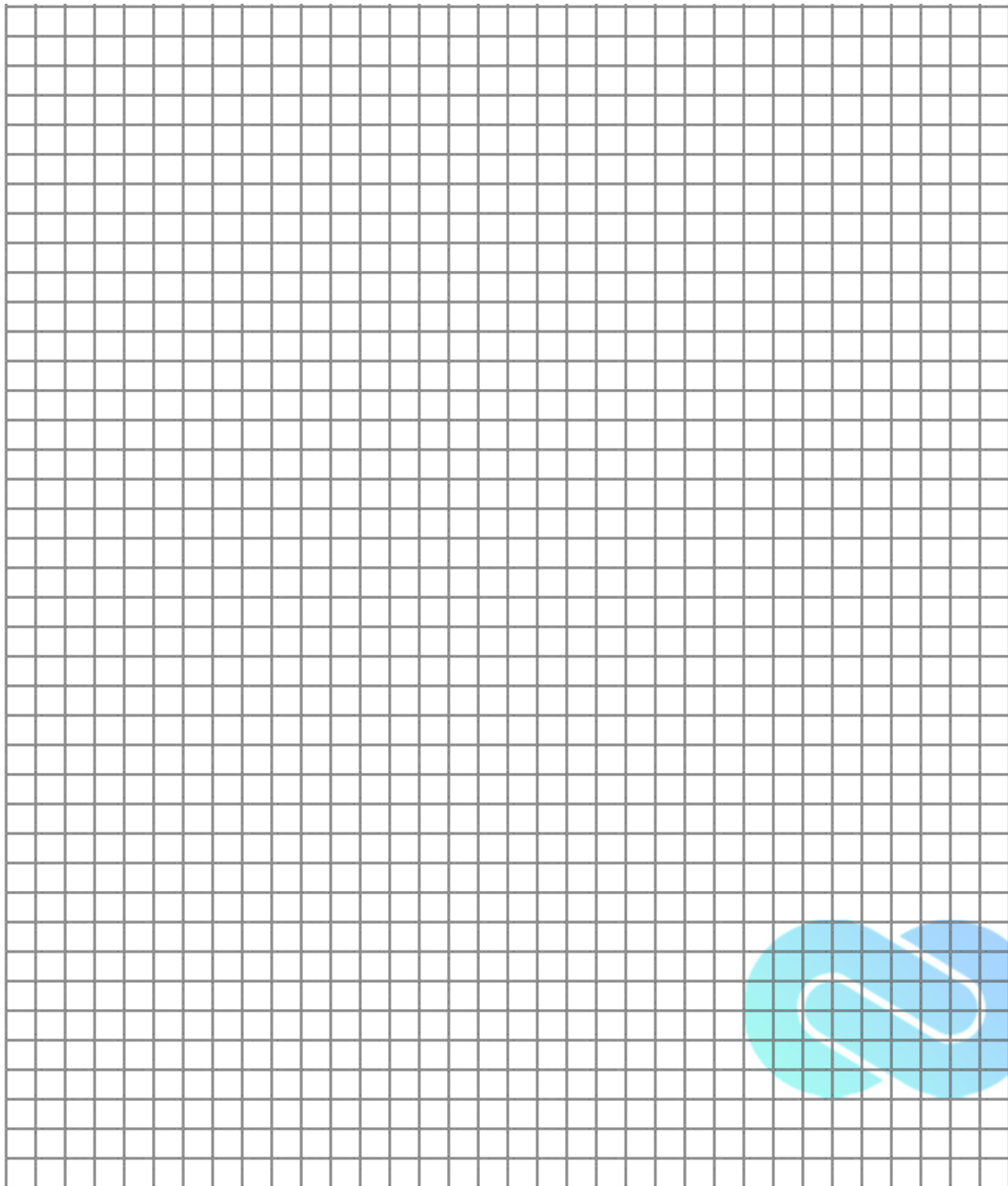


Zadanie 10. (0-3)

Dany jest trójkąt ostrokątny ABC o bokach długości a, b, c i kątach α, β, γ (zobacz rysunek).

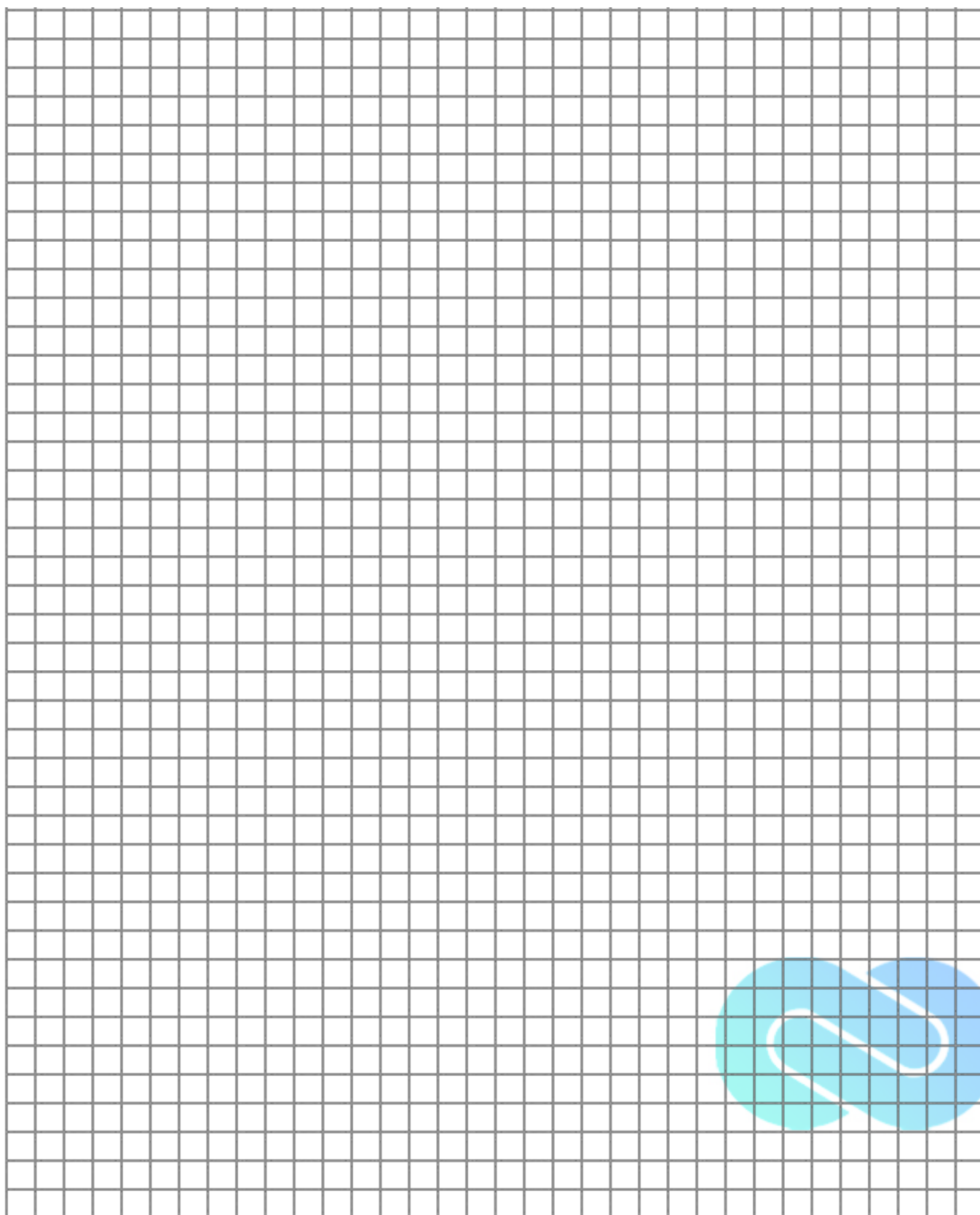


Wykaż, że $\frac{b^2+c^2-a^2}{a^2+c^2-b^2} = \frac{\cos \alpha \cdot \sin \beta}{\sin \alpha \cdot \cos \beta}$.



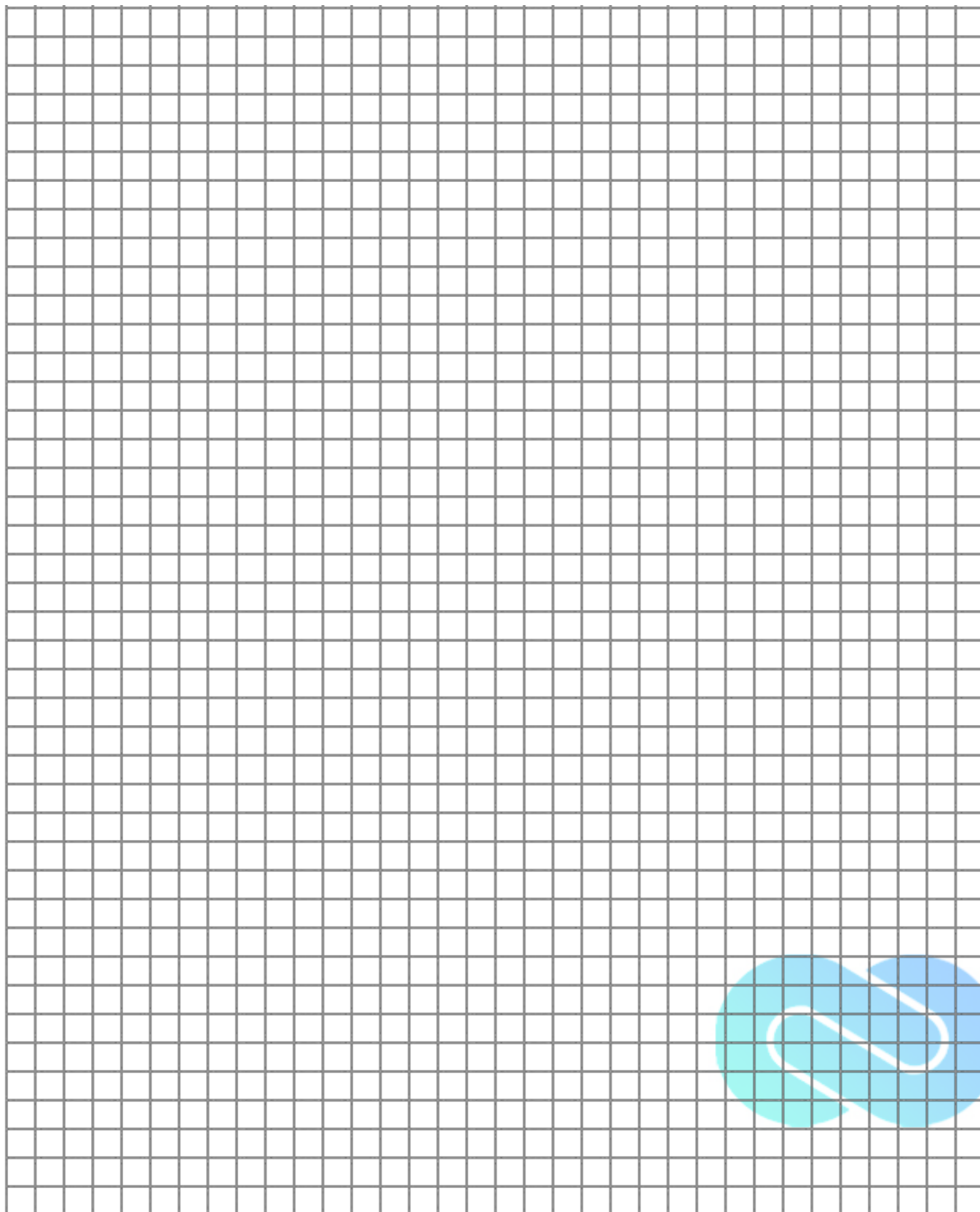
Zadanie 11. (0-3)

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność $x^4 - 3x^2 - 4x + 8\frac{1}{2} > 0$.



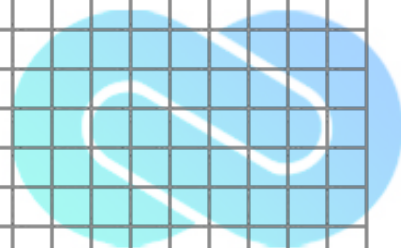
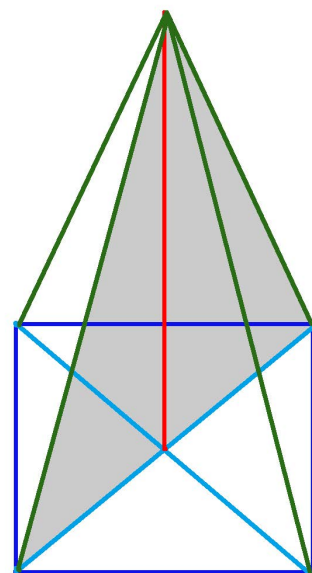
Zadanie 12. (0-3)

Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^4 - 4x^2 - x - 1$ w punkcie $P = (-1, y_0)$.



Zadanie 13. (0-6)

Rozpatrujemy wszystkie ostrosłupy prawidłowe czworokątne, których przekrój płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i wierzchołek ostrosłupa jest trójkąt o obwodzie 18 (patrz rysunek). Oblicz wysokość tego ostrosłupa, dla którego objętość jest największa.



Potrzebujesz pomocy w przygotowaniu się do matury?

SPRAWDŹ AMzP



$$\cos 50^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos(x \pm y)}$$
$$a^2 + b^2 = r^2 \cos x$$

