

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

poziom rozszerzony

CZAS PRACY: 180 minut

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 50

Matura próbna przygotowana przez:

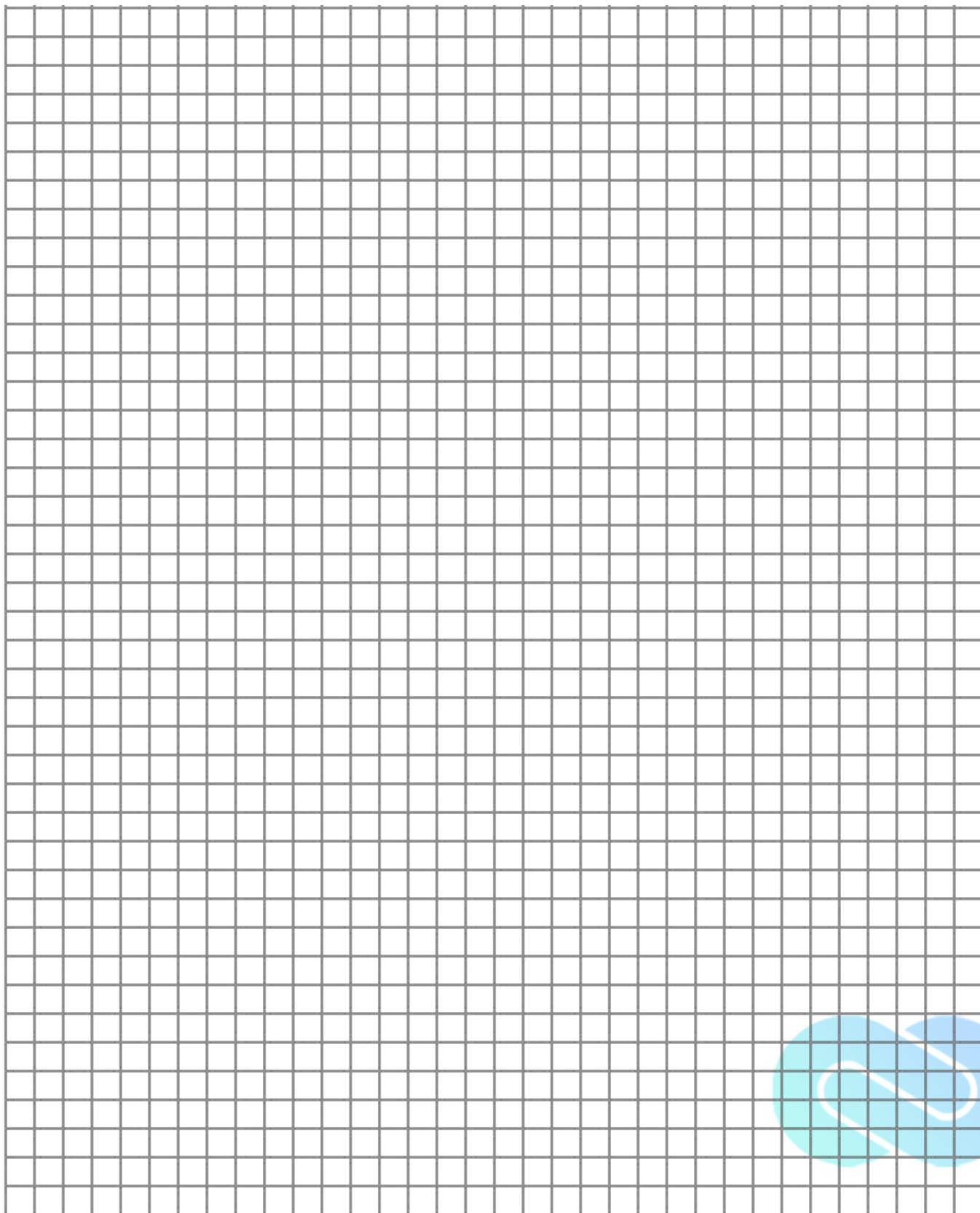
 **MATMA Z PASJĄ**

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y &= \frac{\sin(x \pm y)}{\cos(x \pm y)} \\ a^2 + b^2 &= r^2 \cos x \end{aligned}$$



Zadanie 1. (0-5)

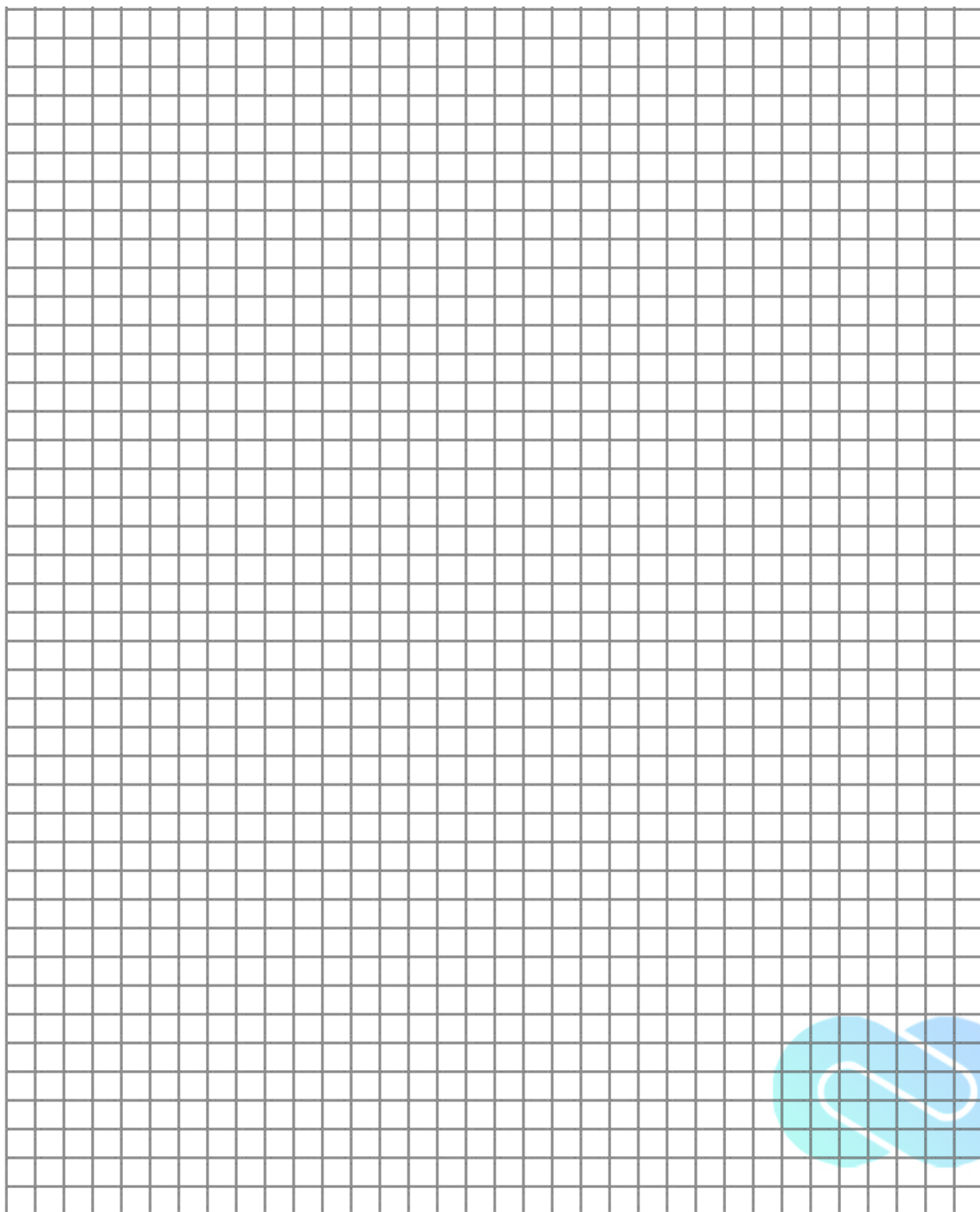
Wyznacz wszystkie wartości parametru m dla których trójmian $f(x) = (m-1)x^2 + (m^2-m)x + 1$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 , spełniające warunek $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} \leq -2m + 6$.



Zadanie 2. (0-4)

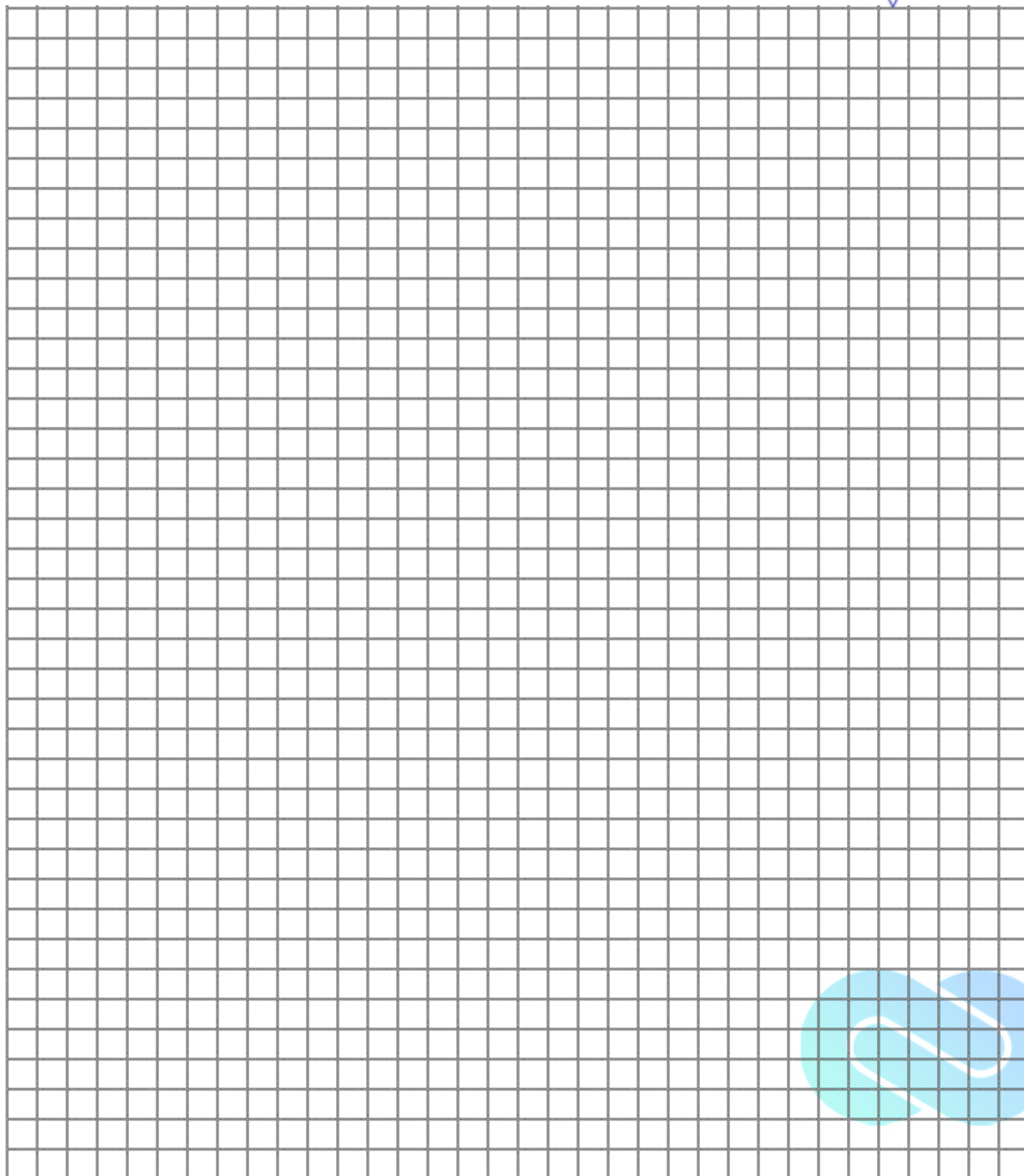
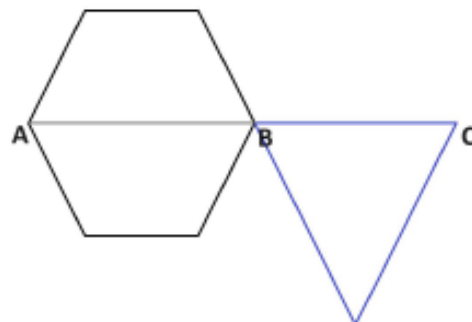
Rozwiąż równanie:

$$\cos 5x - \cos x = \sin 3x$$



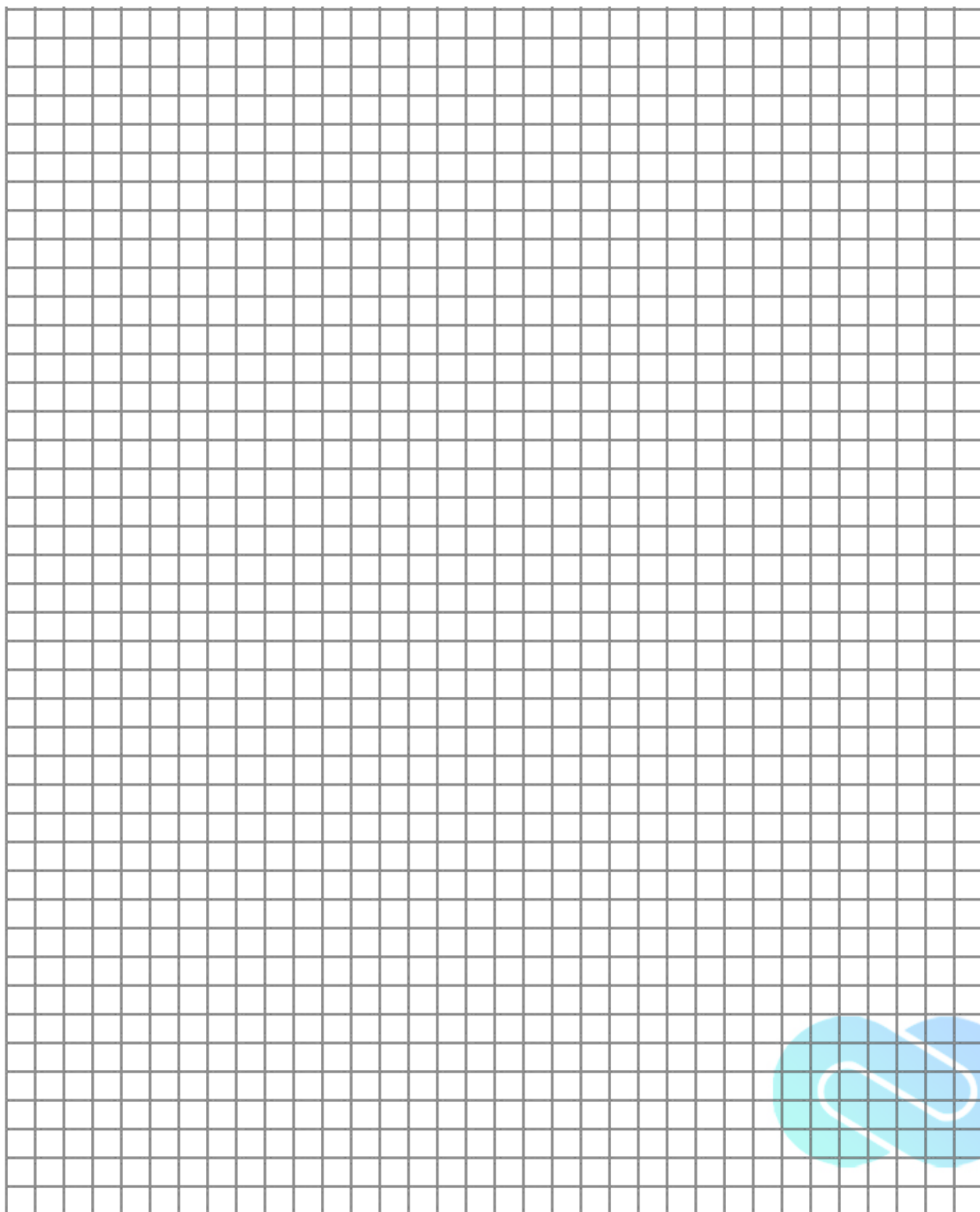
Zadanie 3. (0-5)

Sześciokąt foremny i trójkąt równoboczny mają wspólny wierzchołek B , a odcinek $AC = 24$ (zobacz rysunek). Oblicz długość przekątnych sześciokąta foremnego, jeżeli wiadomo, że suma pól tych dwóch figur jest najmniejsza.



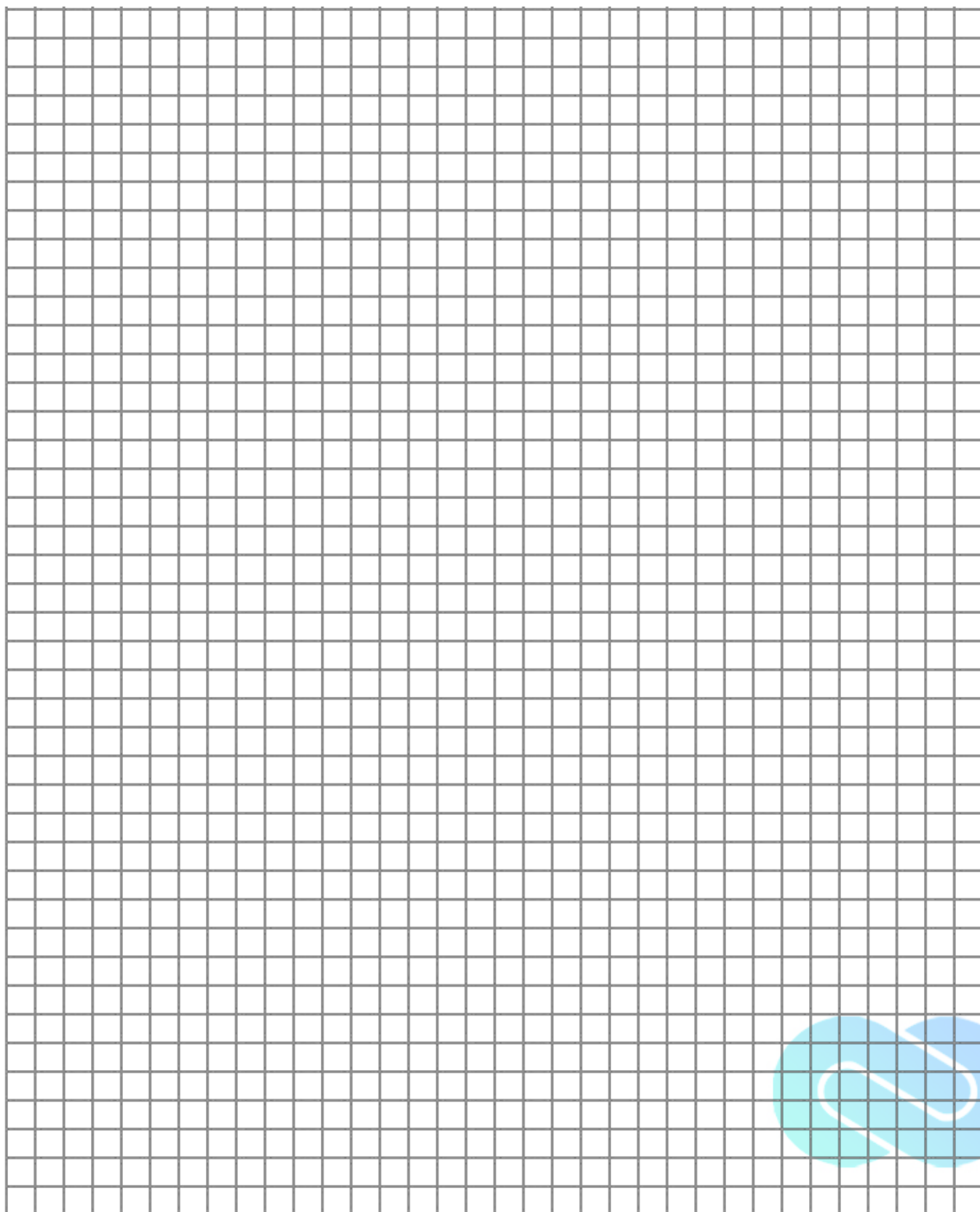
Zadanie 4. (0-3)

Udowodnij, że istnieją dokładnie 4 liczby naturalne n takie, że trójkąt o bokach n , $n + 3$ i $n + 5$ jest rozwartokątny.



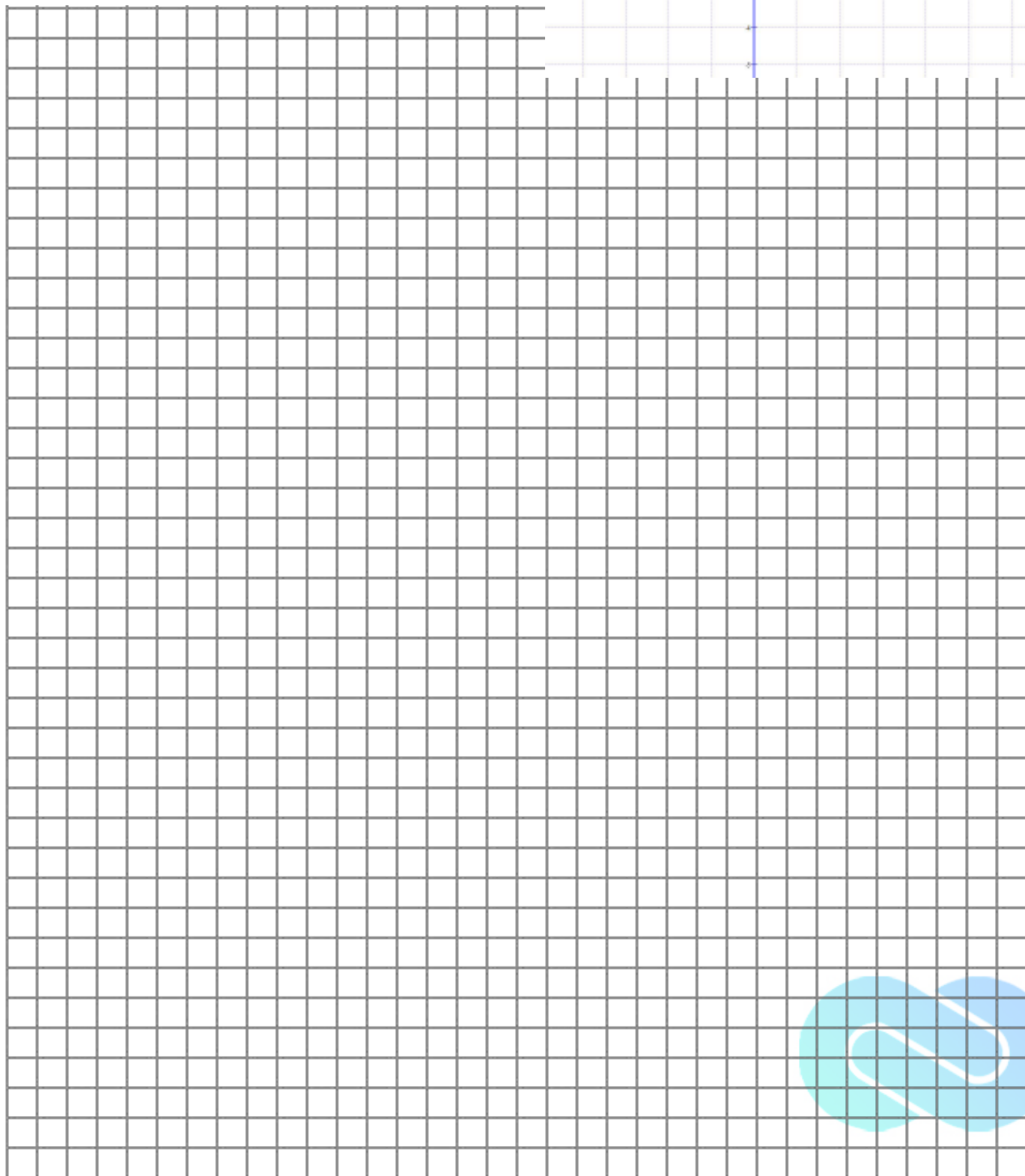
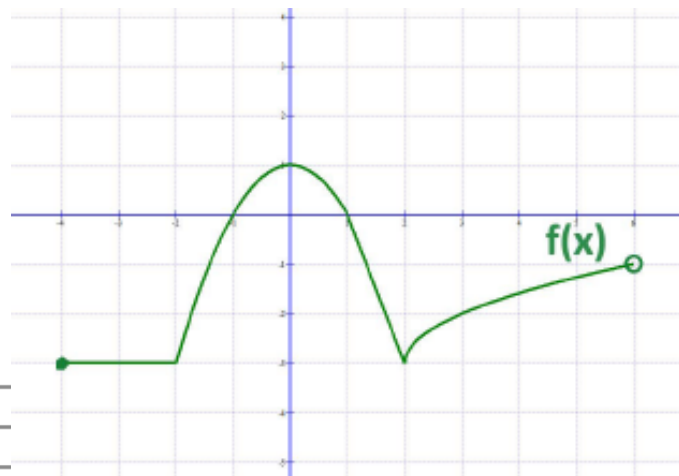
Zadanie 5. (0-3)

Widząc, że $\log_7 2 = a$ i $\log_7 5 = b$ udowodnij, że $\log_{125} 20\sqrt{2} = \frac{2b+5a}{6b}$.



Zadanie 6. (0-3)

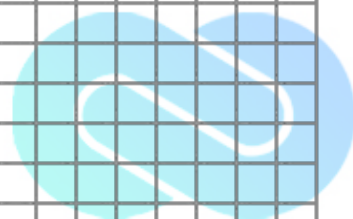
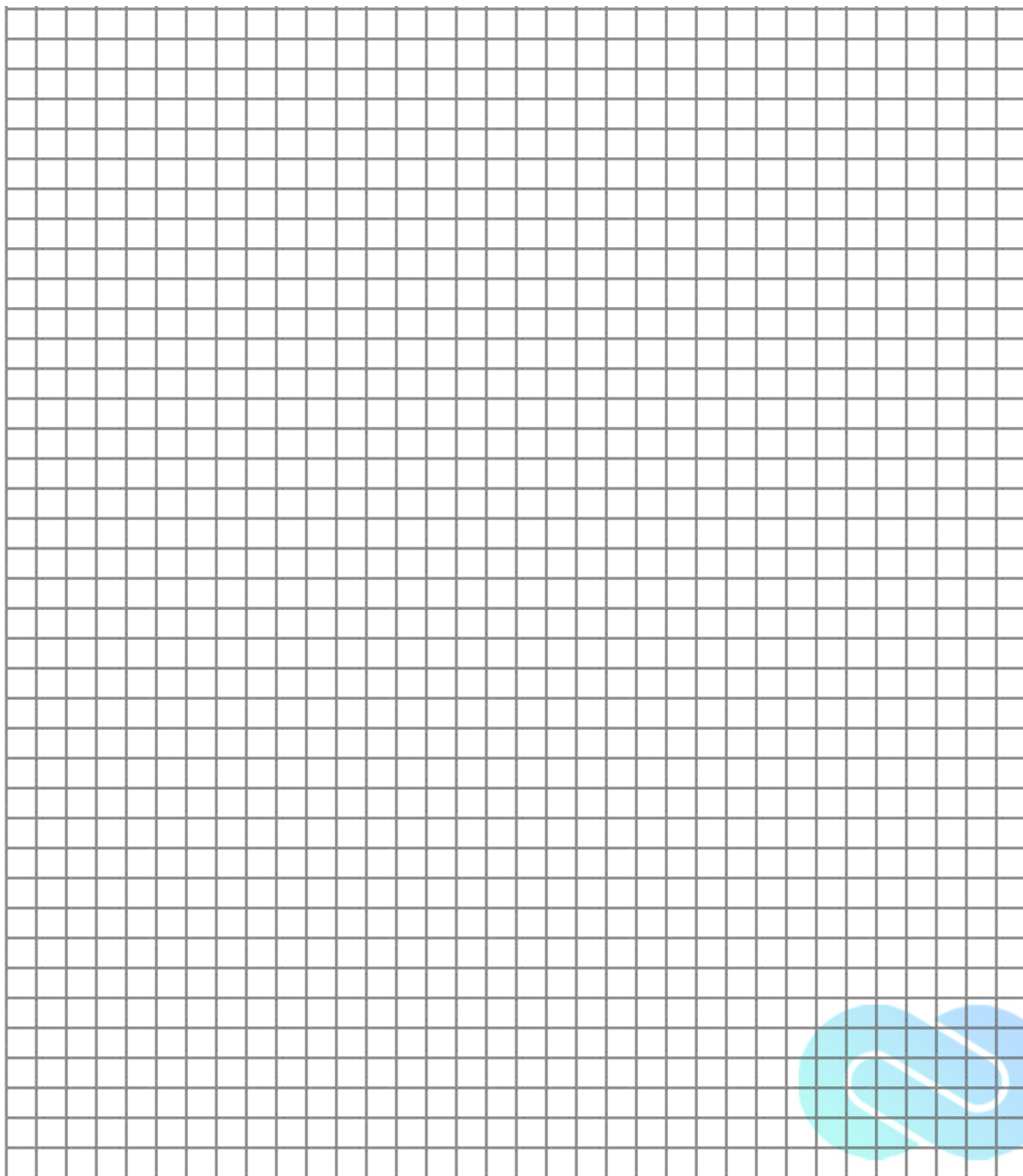
Dany jest wykres funkcji $f(x)$ (patrz rysunek).
Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla
którego równanie $-f(-x) = m^2 - 1$ ma dokładnie
trzy rozwiązania.



Zadanie 7. (0-4)

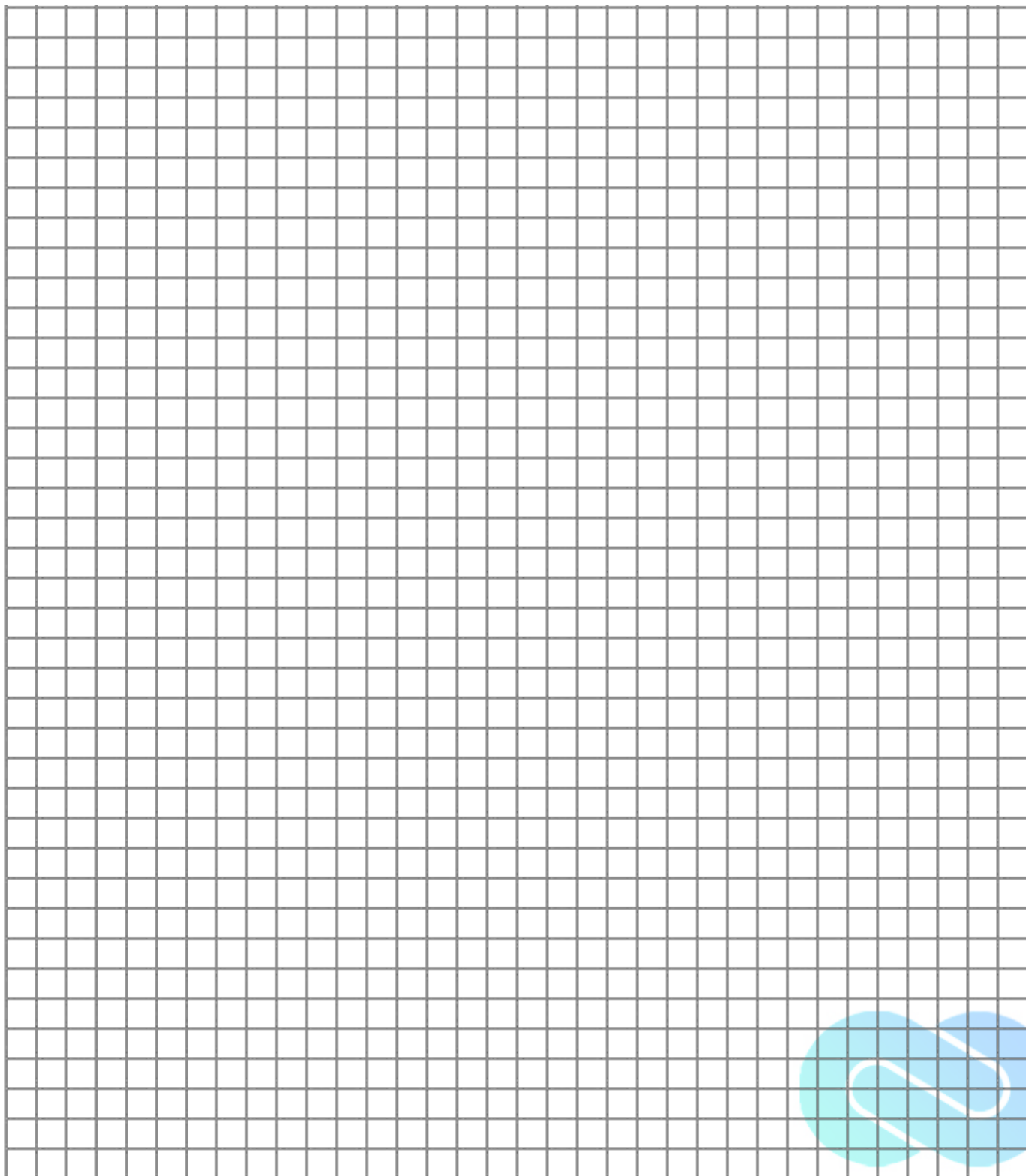
Rozwiąż nierówność:

$$|x + 2| - |2x - 3| \leq x - 1$$



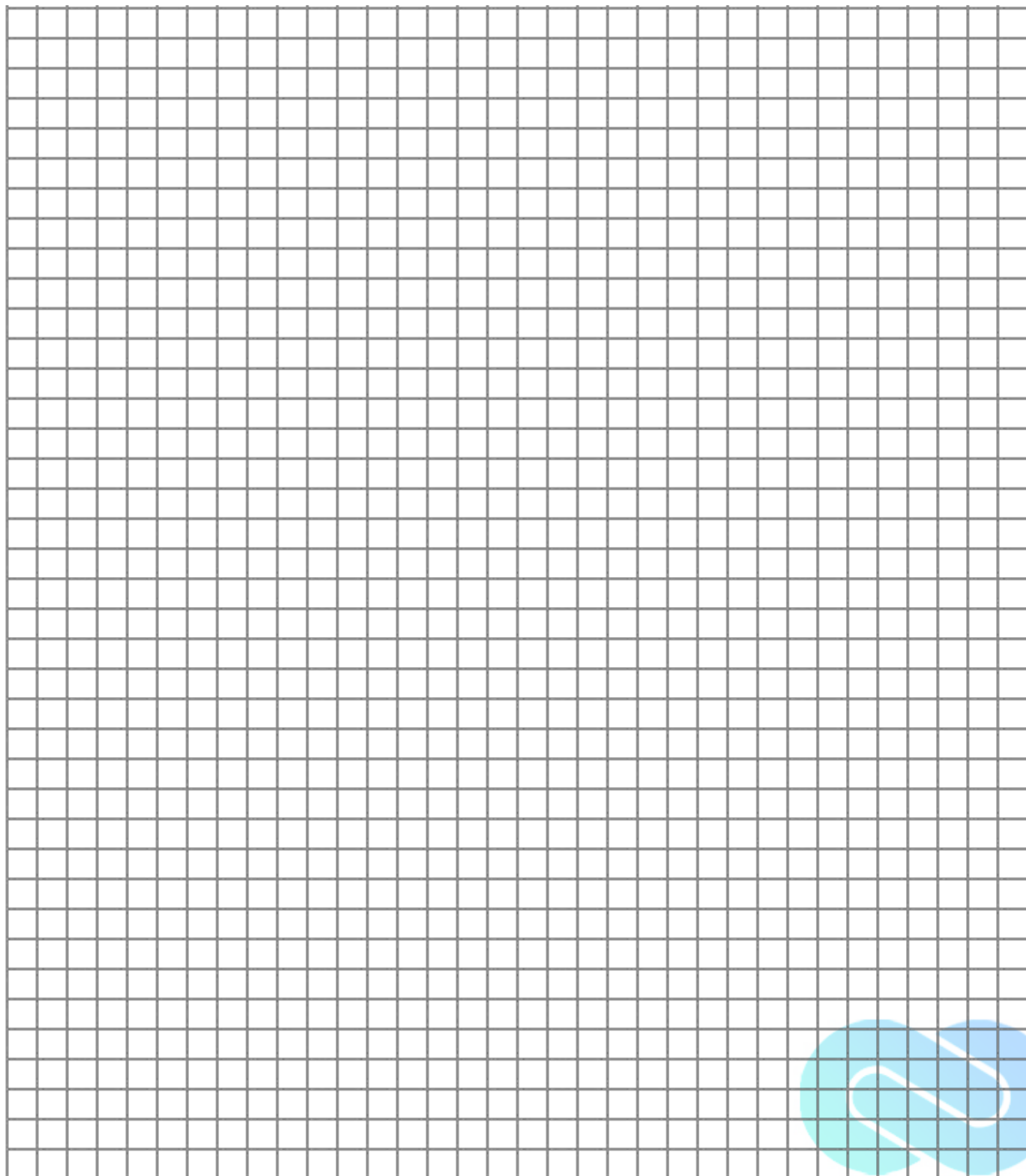
Zadanie 8. (0-4)

Dany jest rosnący ciąg geometryczny, który ma 7 wyrazów. Suma tego ciągu wynosi 381. Ilość sumy wyrazów skrajnych przez wyraz środkowy wynosi $\frac{65}{8}$. Wyznacz wzór ogólny tego ciągu.



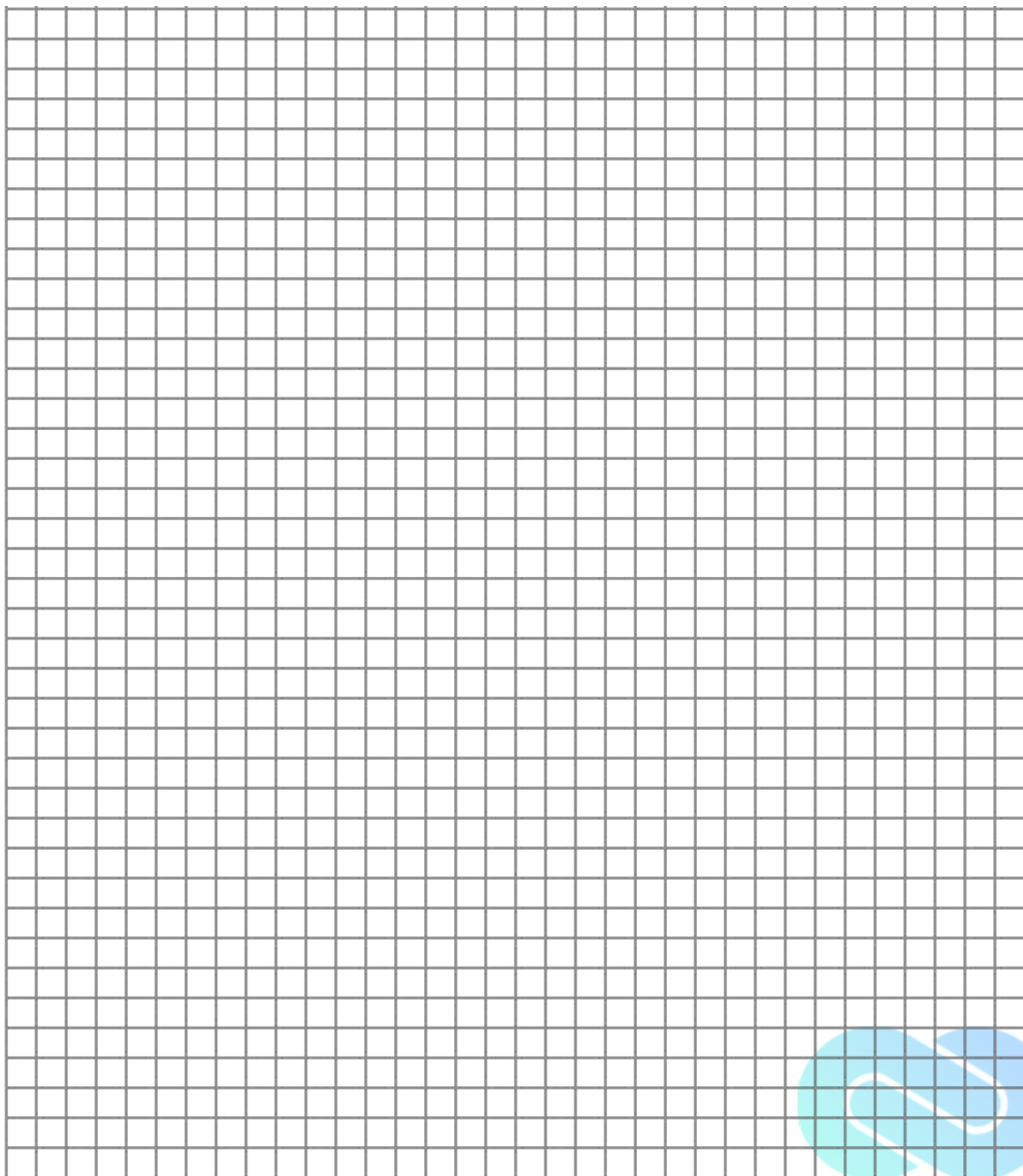
Zadanie 9. (0-4)

Oblicz, ile jest siedmiocyfrowych liczb naturalnych nieparzystych, w których zapisie występują co najmniej cztery szóstki.



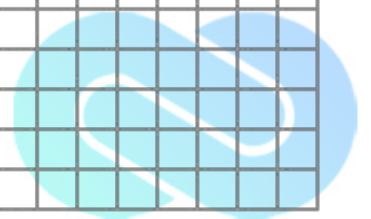
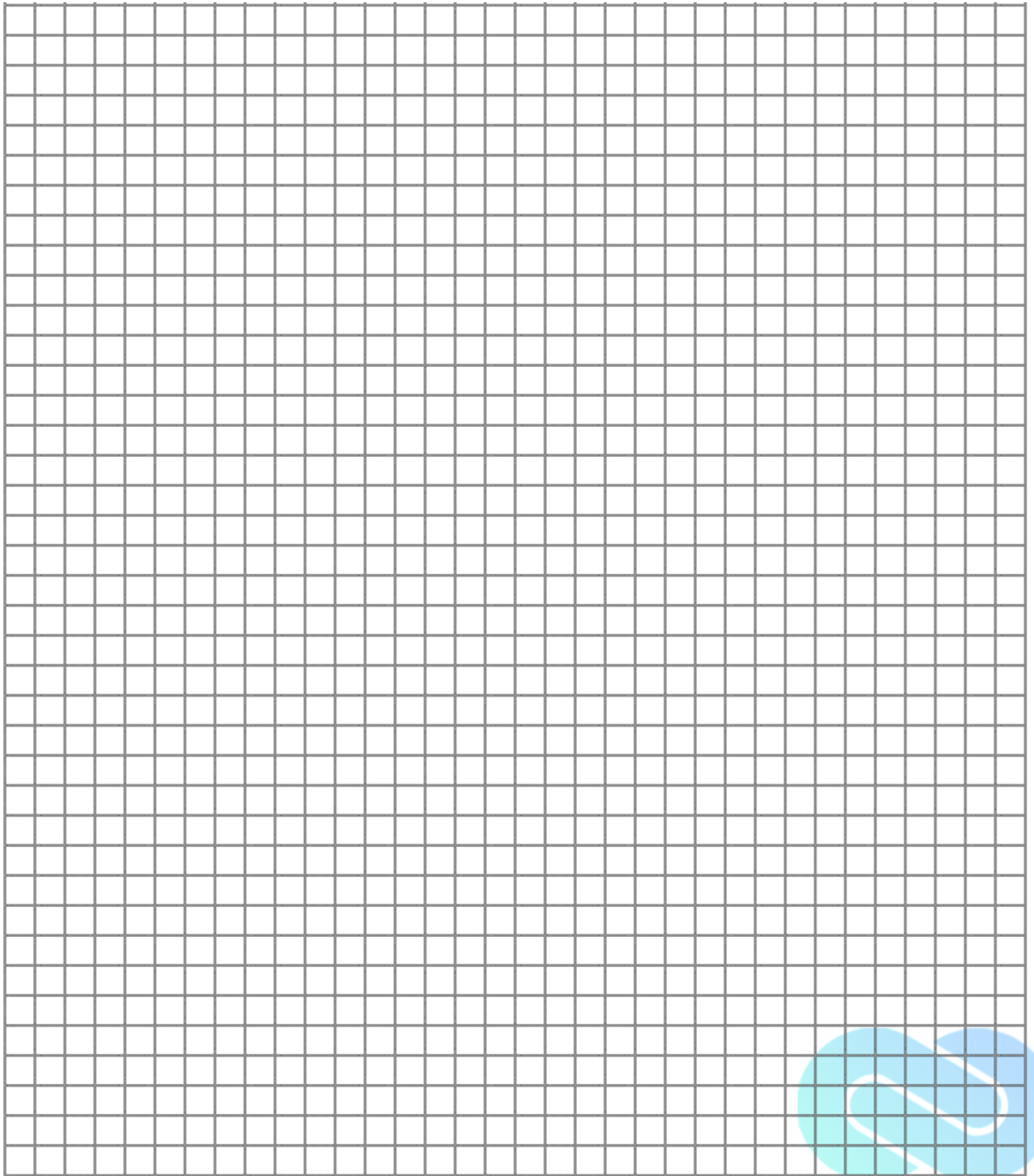
Zadanie 10. (0-2)

Wyznacz równanie stycznej do krzywej $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x+1}}$, $x \in (-\frac{1}{2}, +\infty)$ w punkcie $P = (\frac{3}{2}, y_p)$.



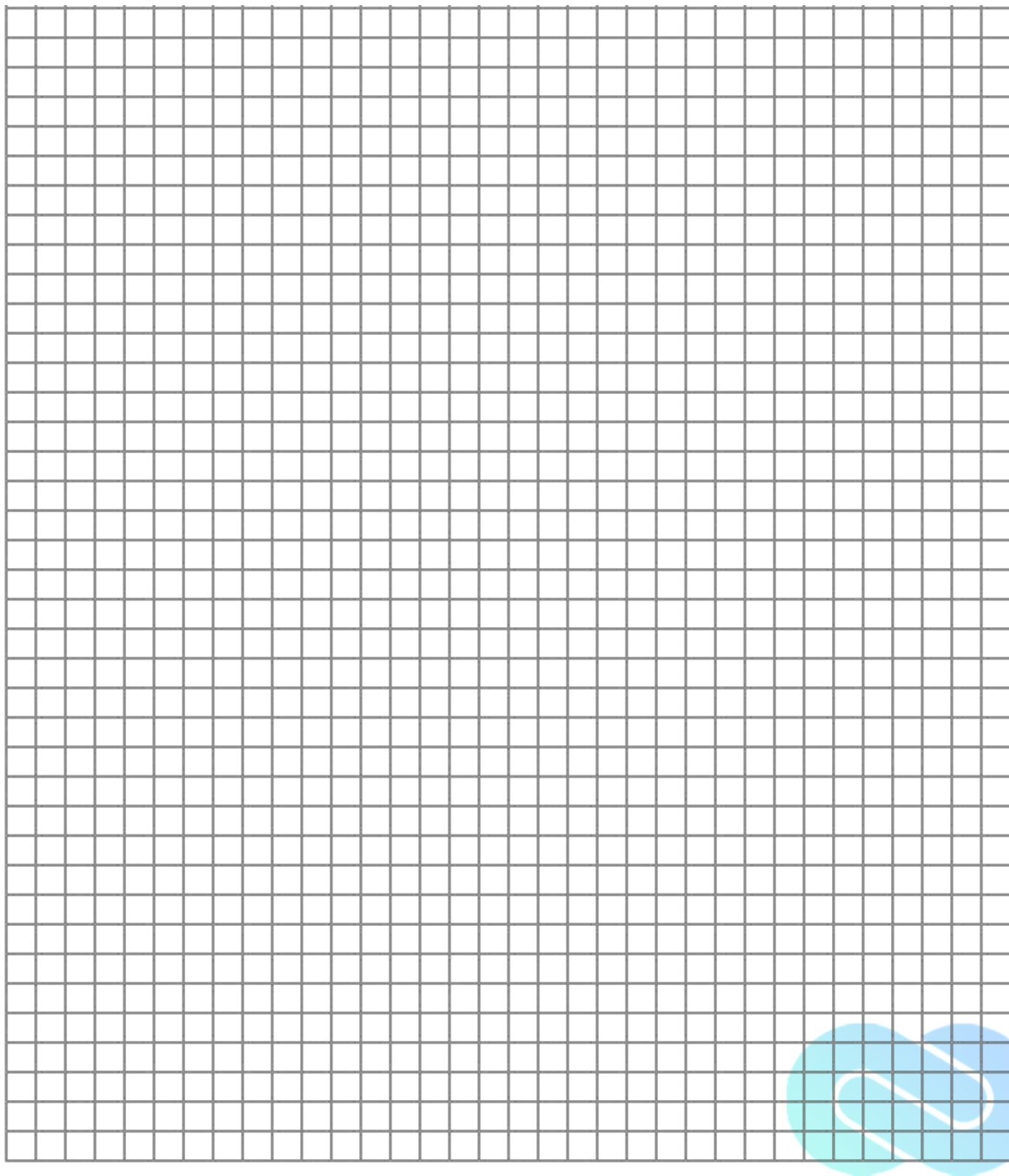
Zadanie 11. (0-2)

Wykaż, że funkcja $f(x) = \frac{2-3x}{x^2-5x}$ dla $x \in \langle -1, 0 \rangle \cup (0, 5)$ przyjmuje dwukrotnie wartość 1.



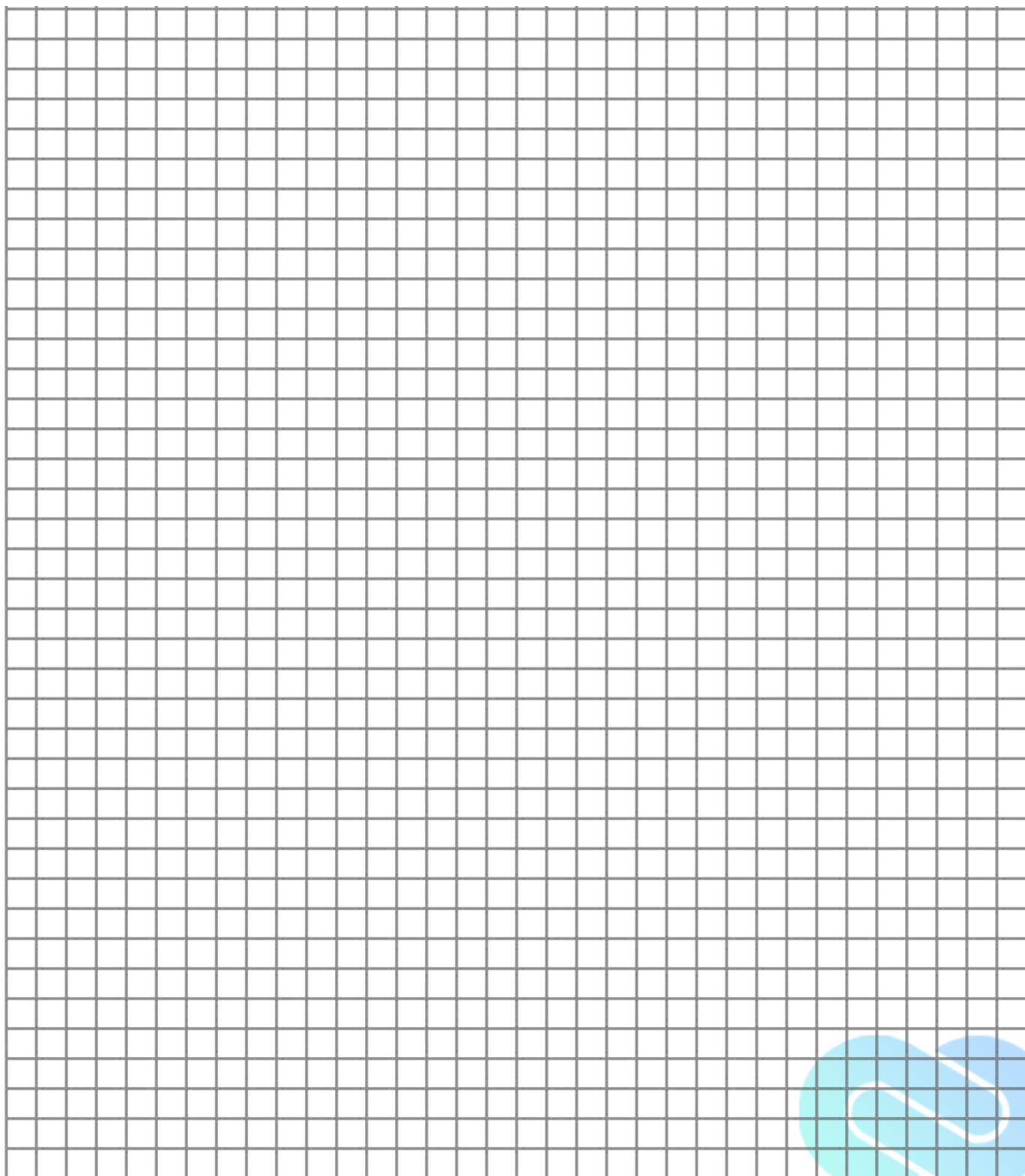
Zadanie 12. (0-3)

Zbadaj monotoniczność funkcji $f(x) = \frac{3-x}{x+5}$ dla $x \in (-\infty, -5)$.



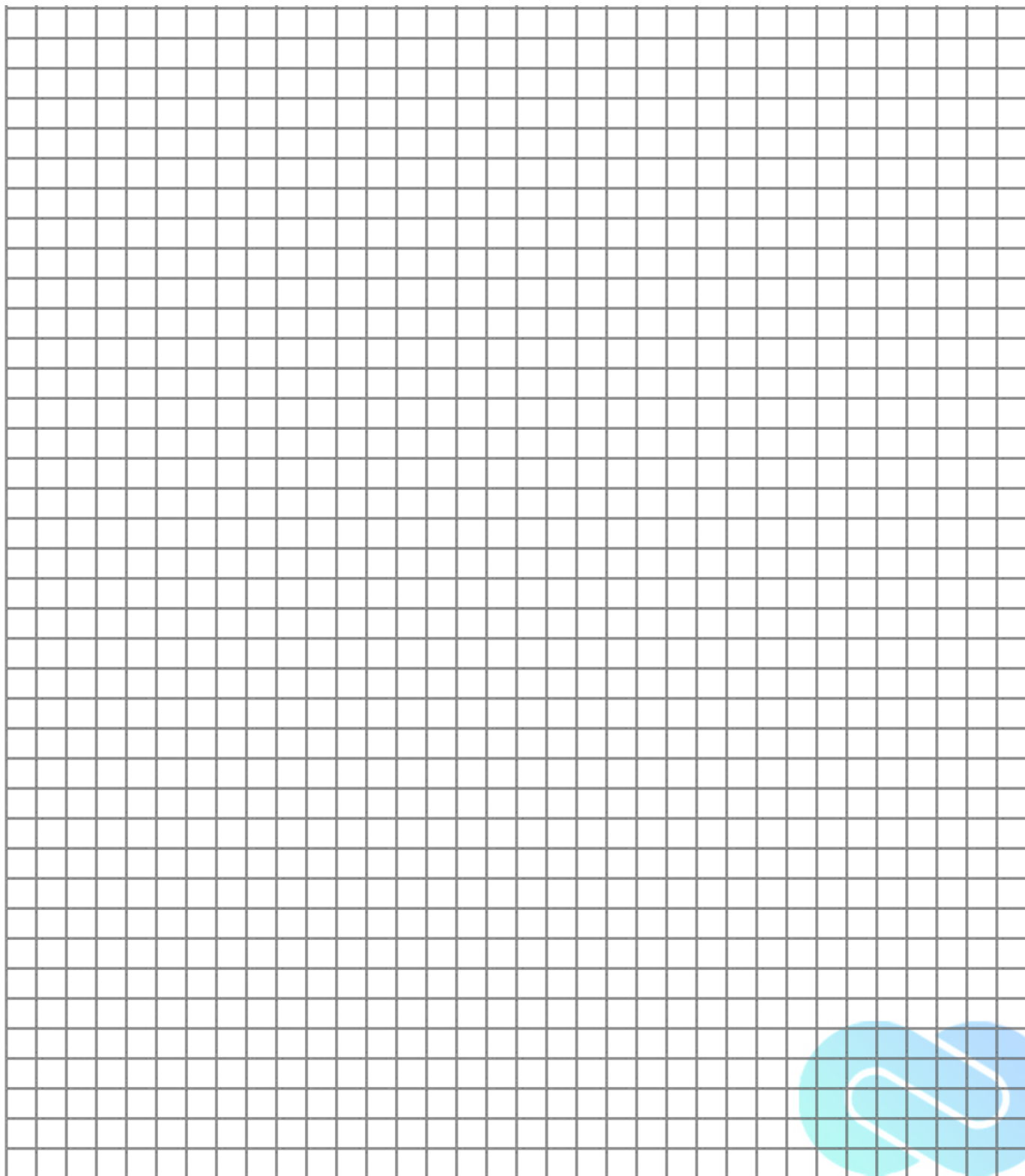
Zadanie 13. (0-2)

Oblicz granicę ciągu $a_n = \frac{2 \cos n}{5n^2 - 2n}$



Zadanie 14. (0-3)

Punkty A i B są punktami wspólnymi okręgu o równaniu $(x + 6)^2 + (y - 1)^2 = 40$ i prostej o równaniu $y = x - 1$. Wyznacz pole trójkąta ABC , jeżeli punkt $C = (6, 5)$.

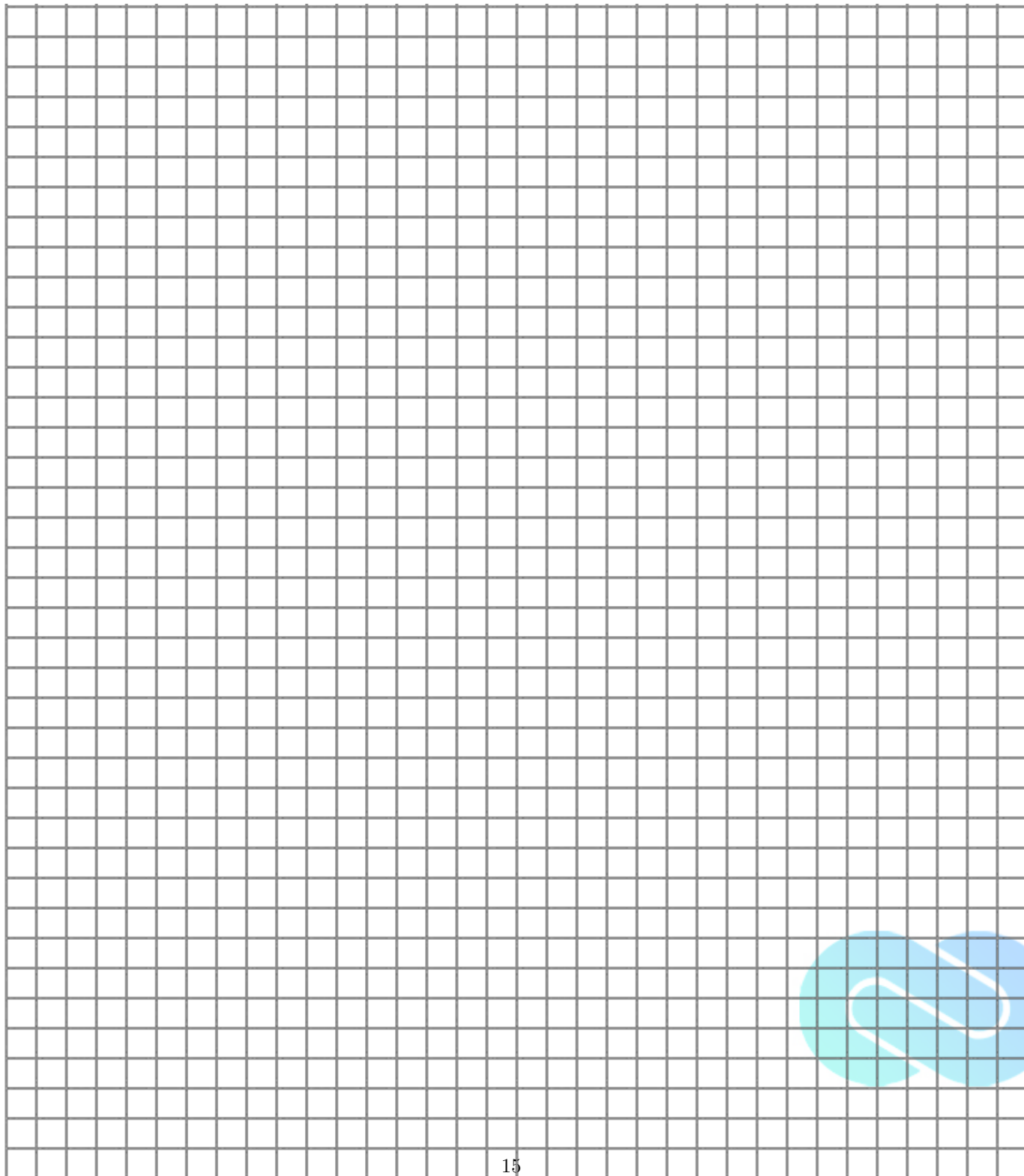


Zadanie 15. (0-3)

Dany jest nieskończony szereg geometryczny

$$4x + \frac{8x}{2x-5} + \frac{16x}{(2x-5)^2} + \dots$$

Wyznacz wszystkie wartości zmiennej x ($x \neq 0$ i $x \neq \frac{5}{2}$), dla których suma tego szeregu istnieje i jest równa -12 . Zapisz obliczenia.



Potrzebujesz pomocy w przygotowaniu się do matury?

SPRAWDŹ AMzP

