

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

poziom rozszerzony

CZAS PRACY: 180 minut

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 50

Matura próbna przygotowana przez:

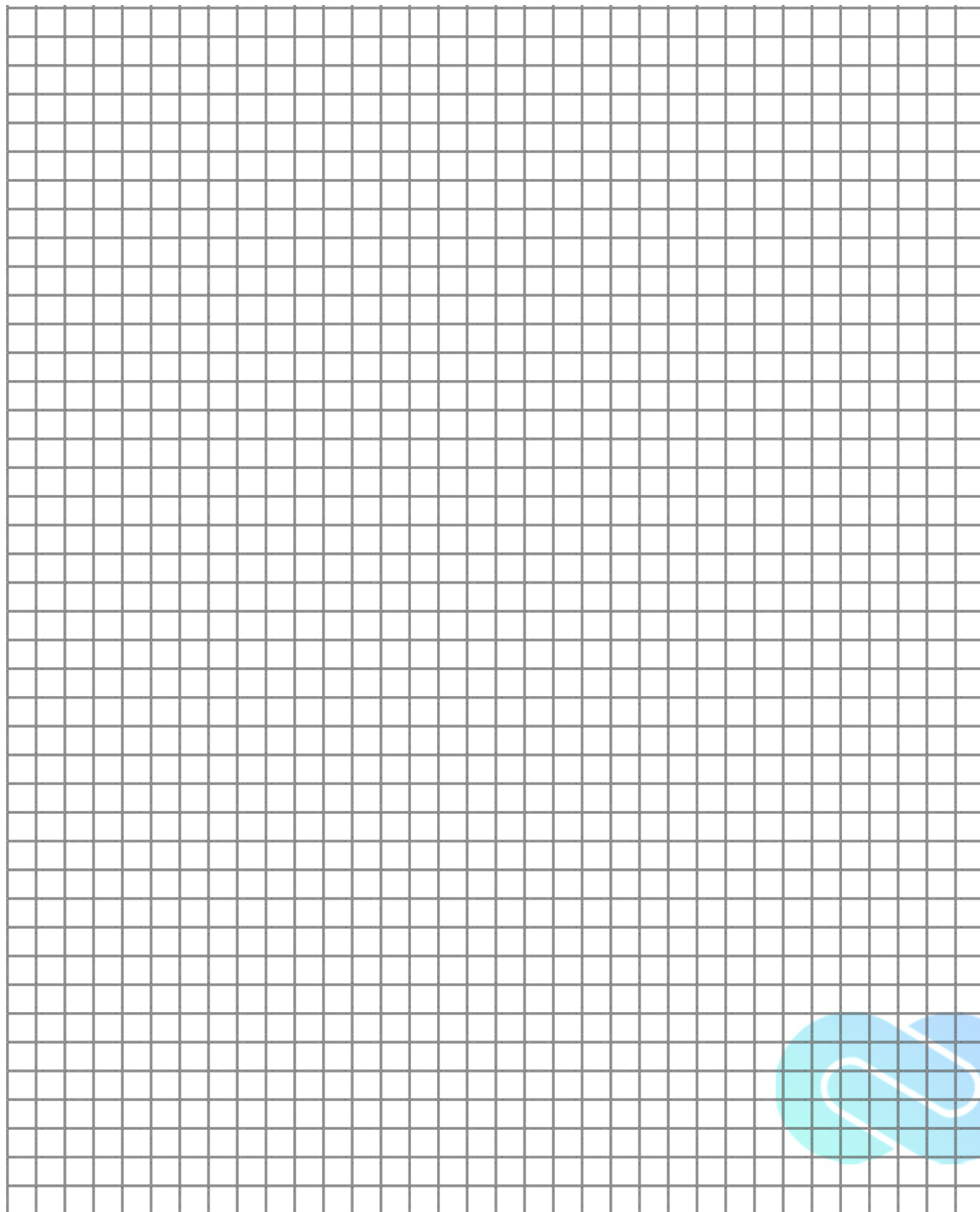
 **MATMA Z PASJĄ**



Zadanie 1. (0-4)

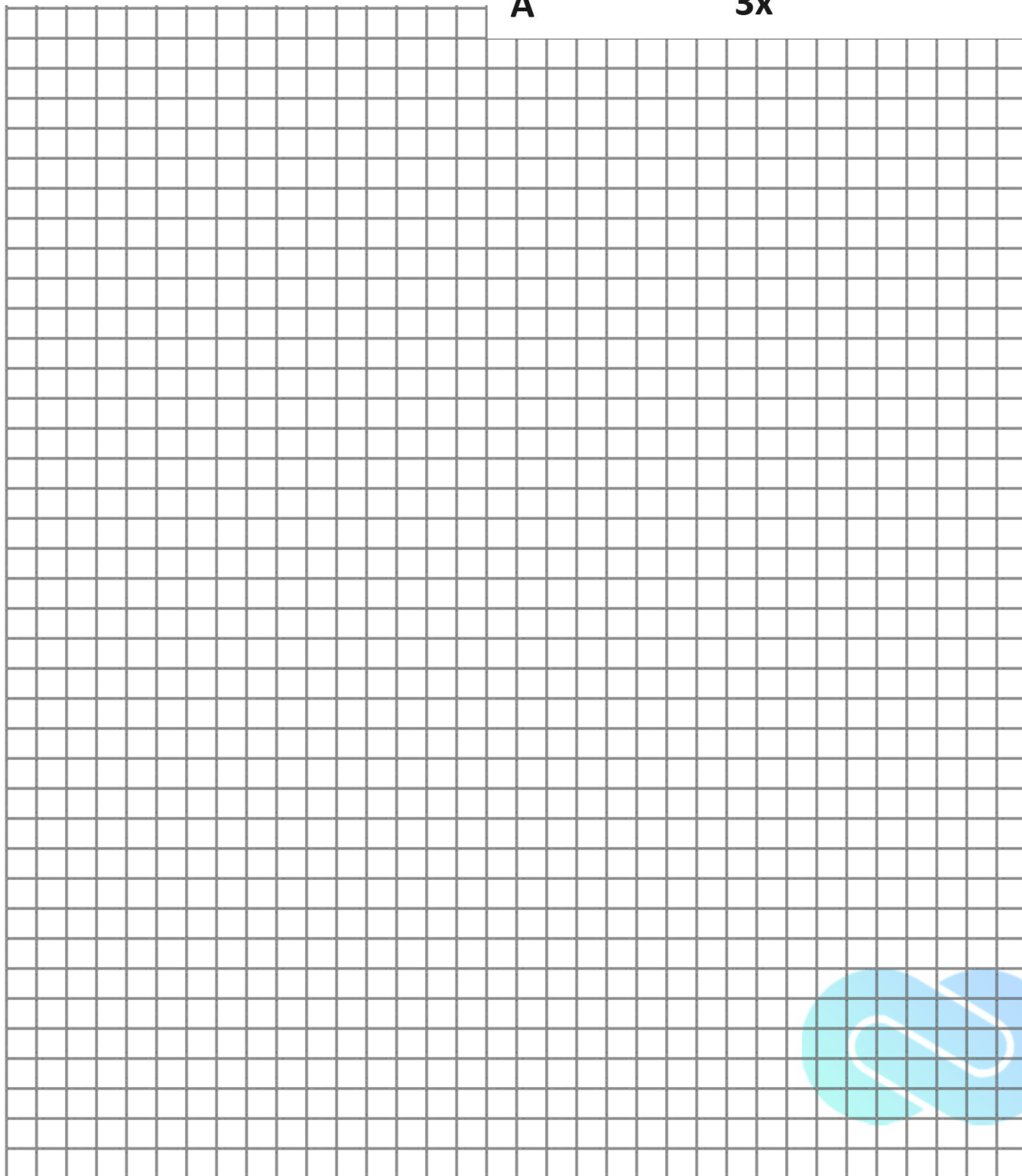
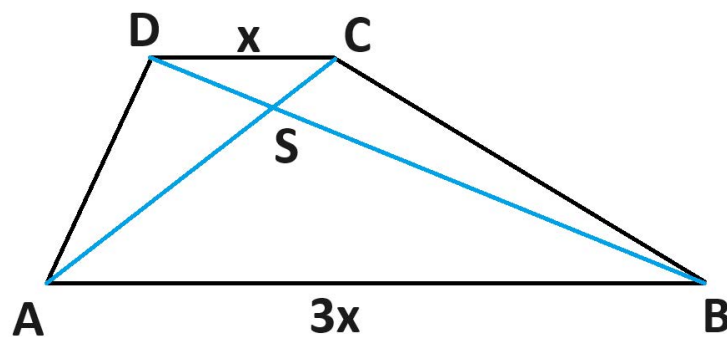
Rozwiąż równanie:

$$\cos 6x = 2 - 3 \sin 3x$$



Zadanie 2. (0-3)

W trapezie $ABCD$ przekątne przecinają się w punkcie S (patrz rysunek). Podstawa AB jest 3 razy dłuższa od podstawy CD . Wykaż, że pole trójkąta ASD stanowi 18,75% pola całego trapezu.

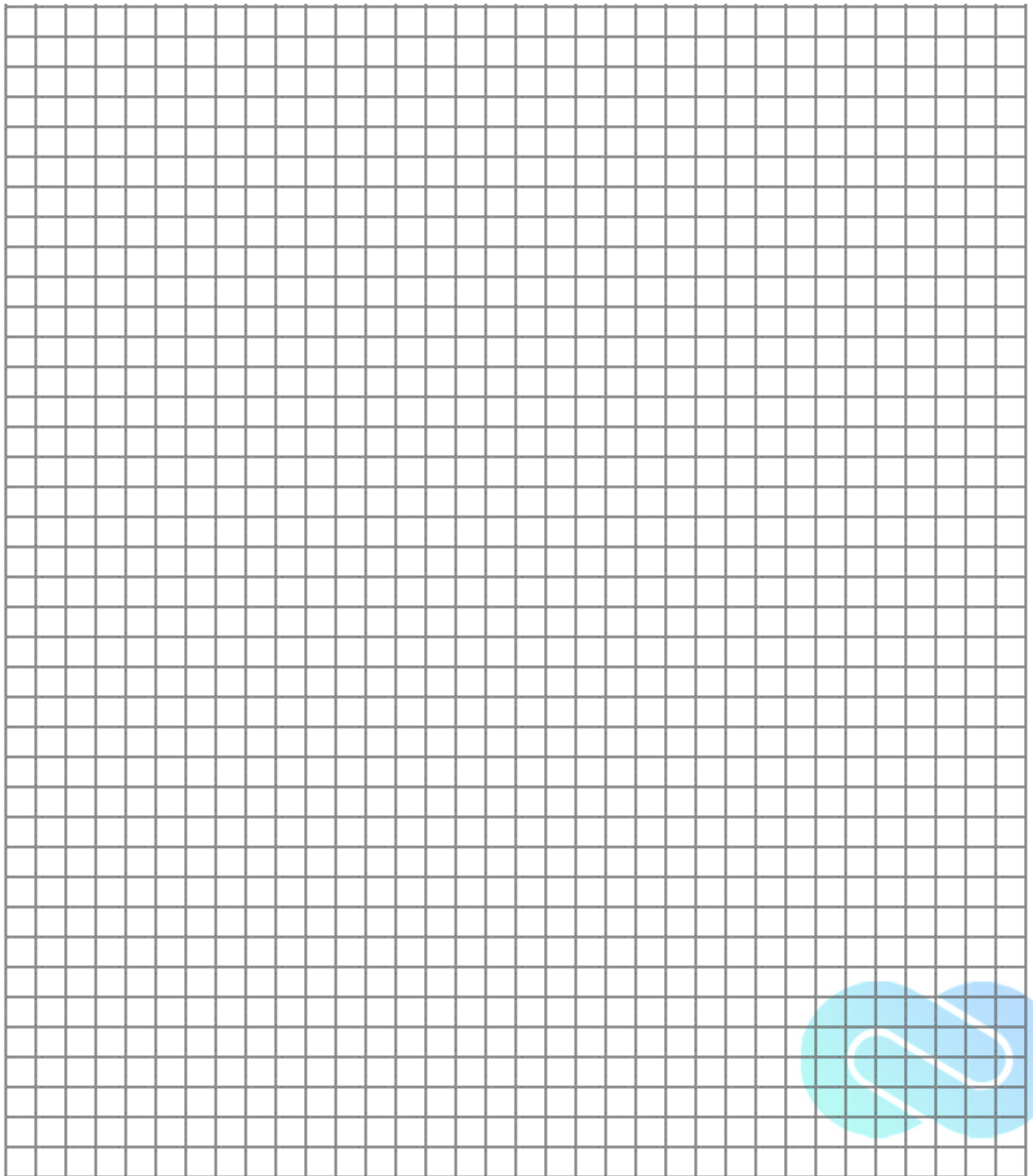


Zadanie 3. (0-3)

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej nieparzystej dodatniej n wyrażenie

$$4n^4 - 20n^3 + 29n^2 - 16n + 3$$

jest podzielne przez 8.

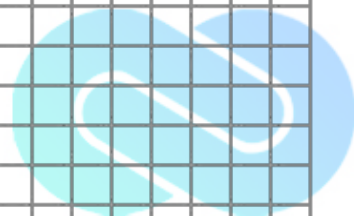
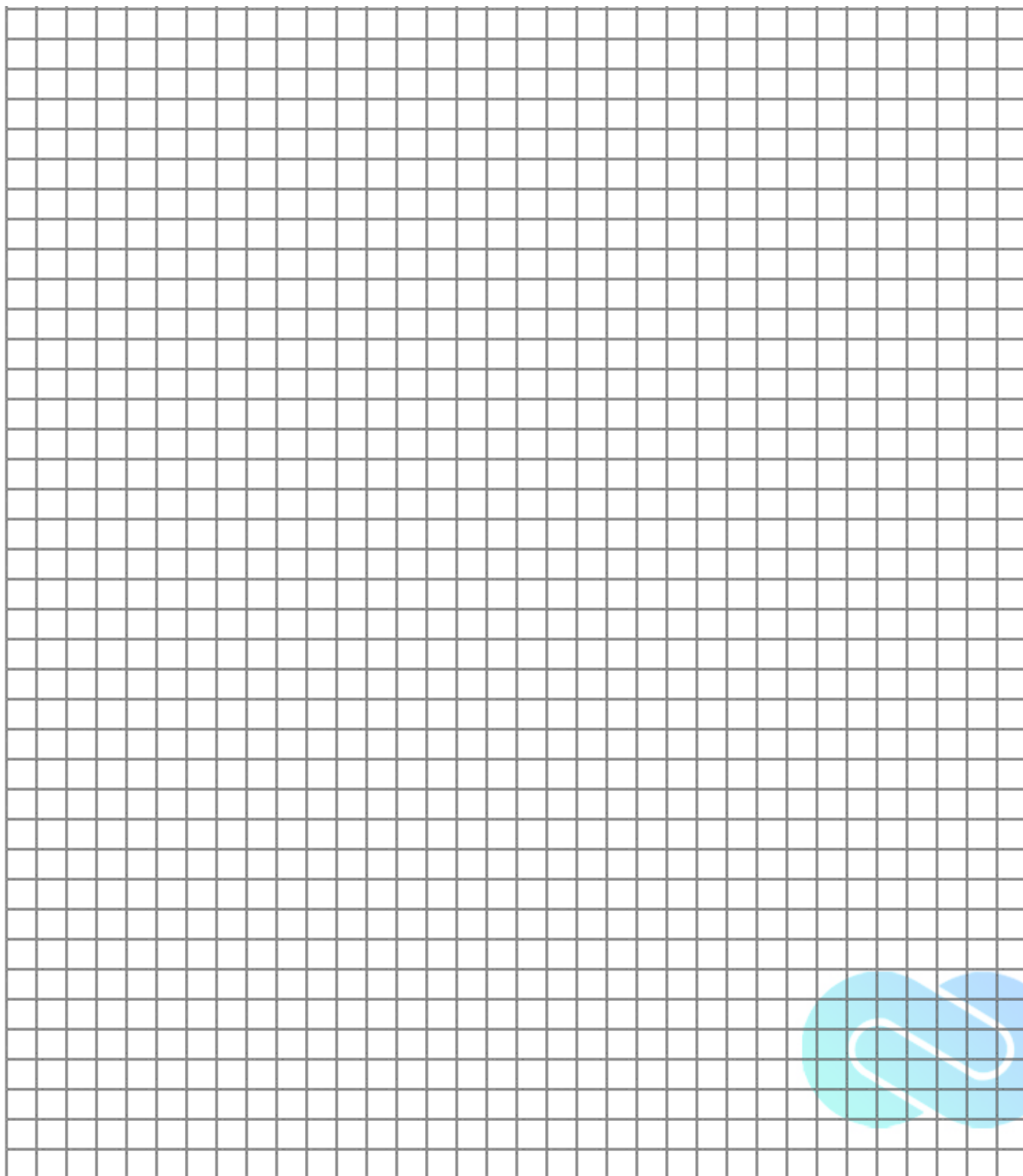


Zadanie 4. (0-5)

Dane jest równanie

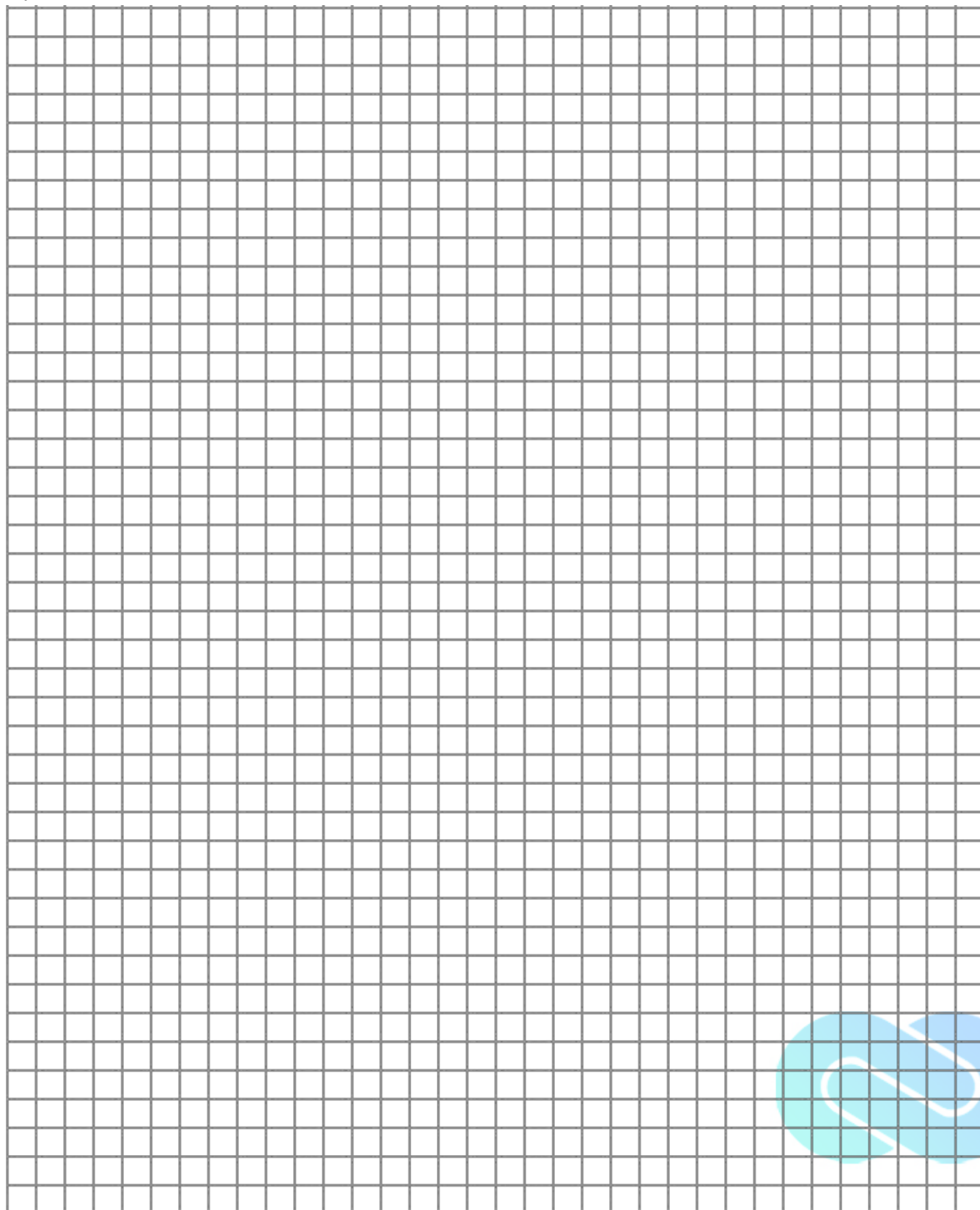
$$(x - 4)[(m + 1)x^2 - (m + 6)x + m + 1] = 0$$

z niewiadomą x i parametrem $m \in \mathbb{R}$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których to równanie ma trzy różne rozwiązania rzeczywiste tego samego znaku.



Zadanie 5. (0-5)

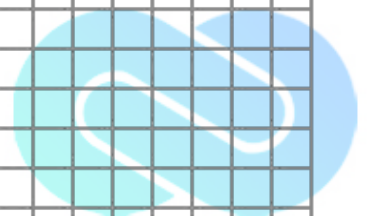
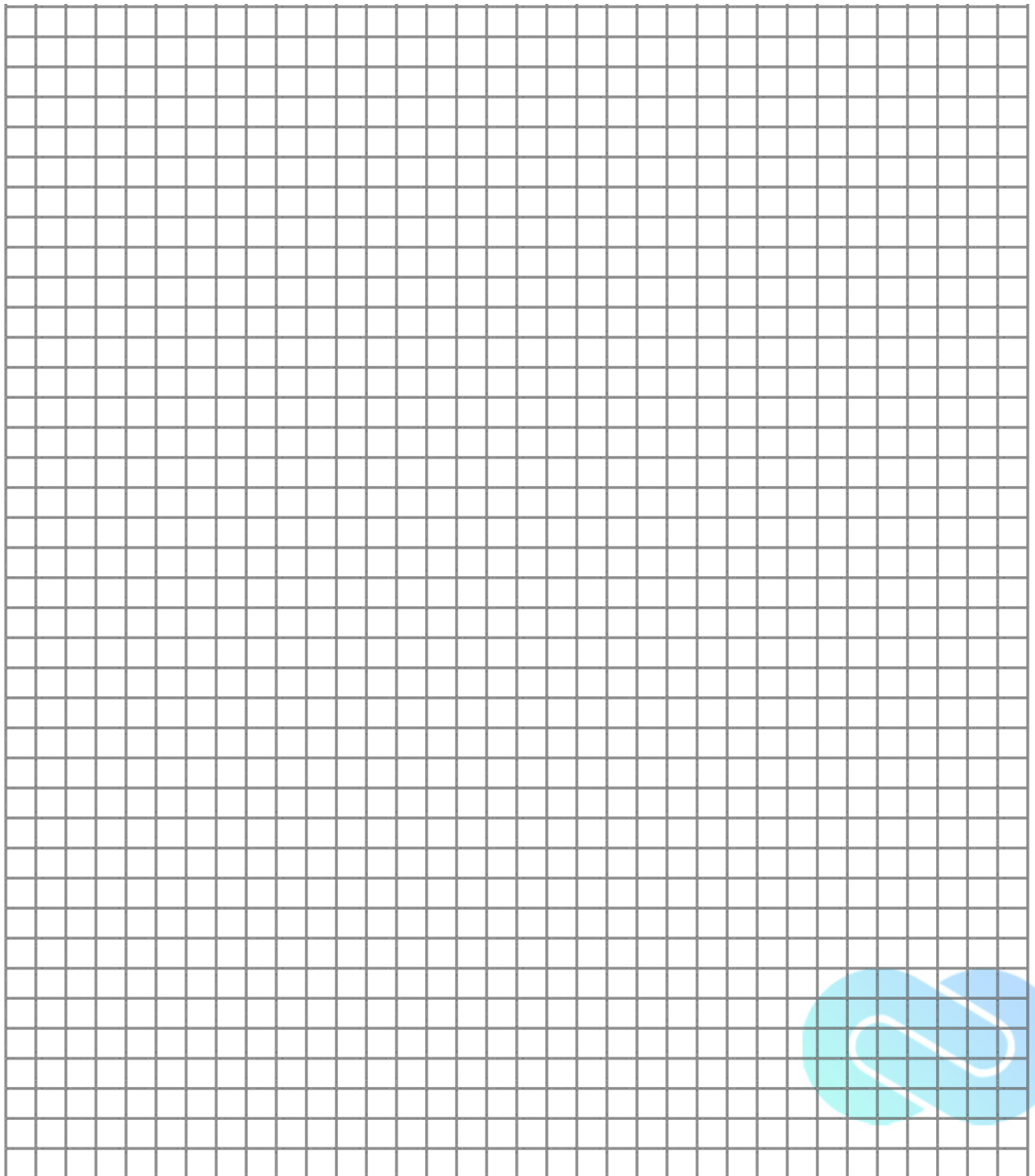
Mamy dany graniastosłup prawidłowy trójkątny o objętości $V = 12$. Wyznacz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa, dla którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze z możliwych.



Zadanie 6. (0-4)

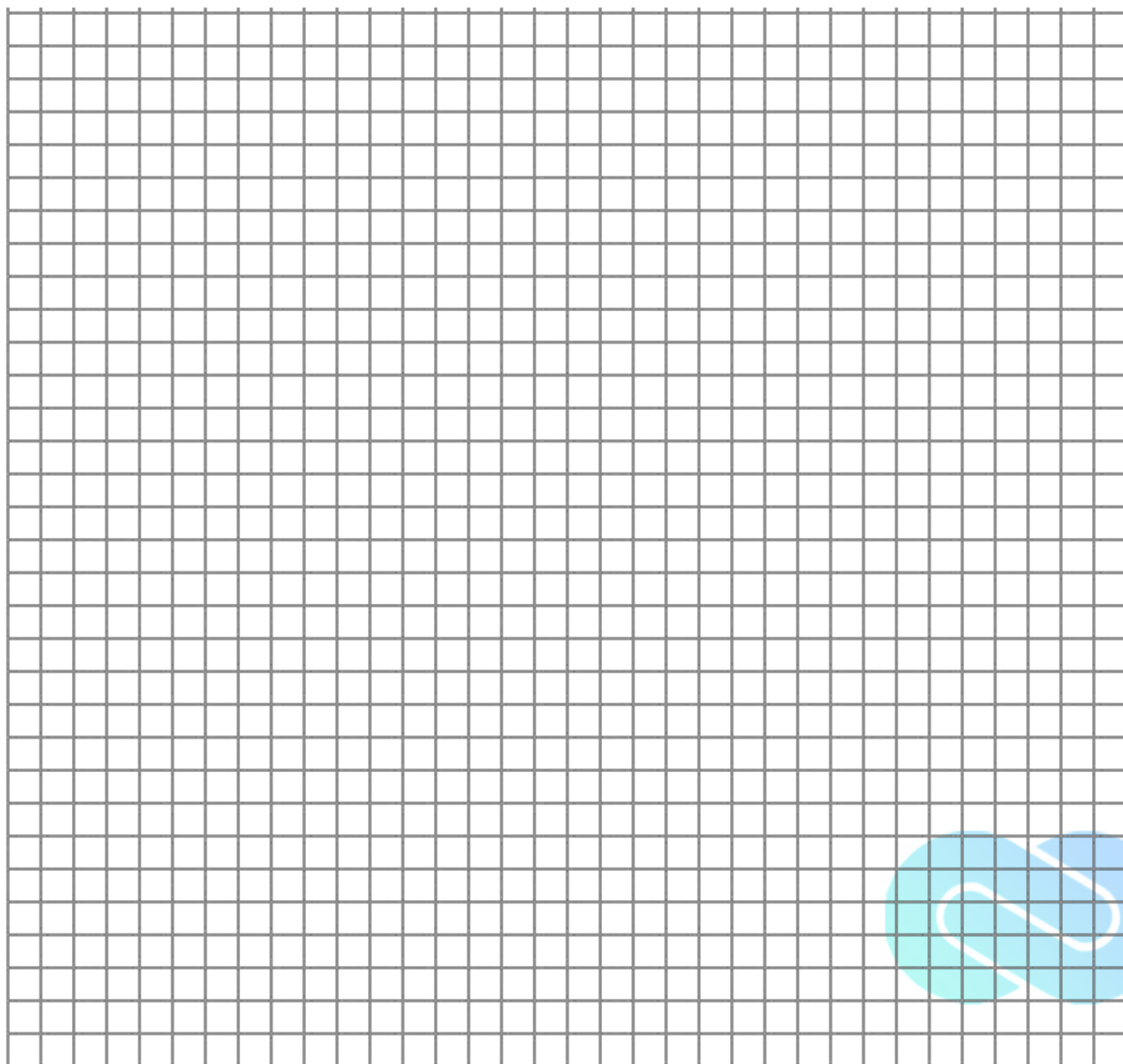
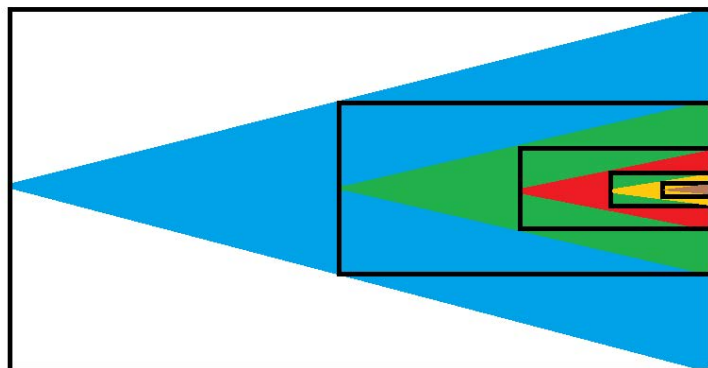
Rozwiąż nierówność:

$$\frac{5x + \frac{1}{2}}{x^2 - 5x} + \frac{1}{2x + 3} \geq \frac{4x - \frac{1}{2}}{(2x + 3)(x - 5)}$$



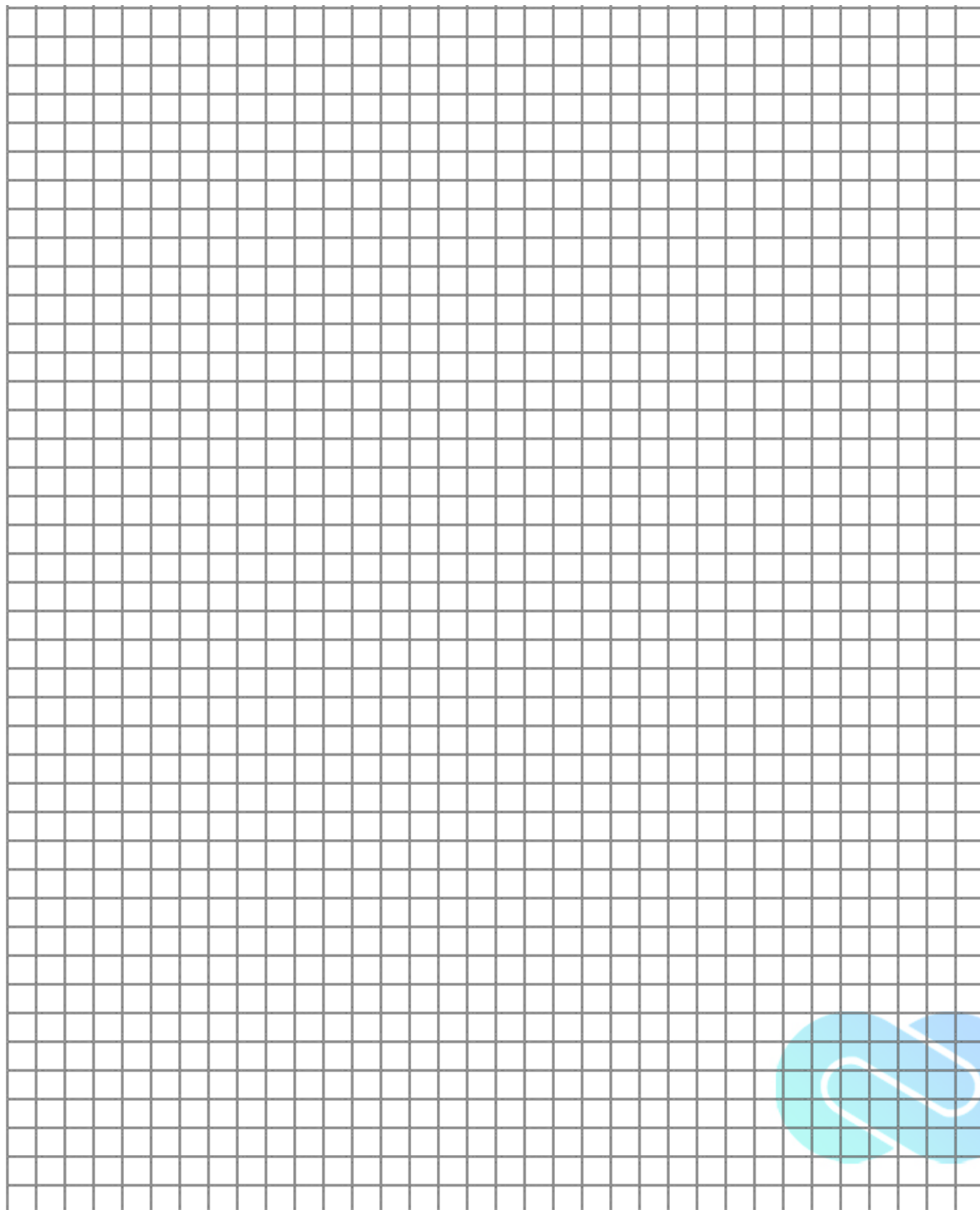
Zadanie 7. (0-4)

W prostokąt o bokach długości a i $2a$ wpisujemy trójkąt równoramienny o podstawie długości a i wysokości $2a$. Następnie w ten trójkąt wpisujemy prostokąt o bokach długości $\frac{1}{2}a$ i a w sposób pokazany na rysunku (patrz rysunek). Następnie w ten prostokąt wpisujemy trójkąt równoramienny o podstawie długości $\frac{1}{2}a$ i wysokości a . Czynność tę wykonujemy nieskończoną ilość razy za każdym razem wpisując prostokąt o bokach dwukrotnie mniejszych niż wcześniejszy prostokąt i trójkąty o boku i wysokości dwukrotnie mniejszej niż wcześniejszy trójkąt. Obwody wszystkich trójkątów tworzą nieskończony ciąg geometryczny. Oblicz sumę wszystkich wyrazów tego nieskończonego ciągu geometrycznego.



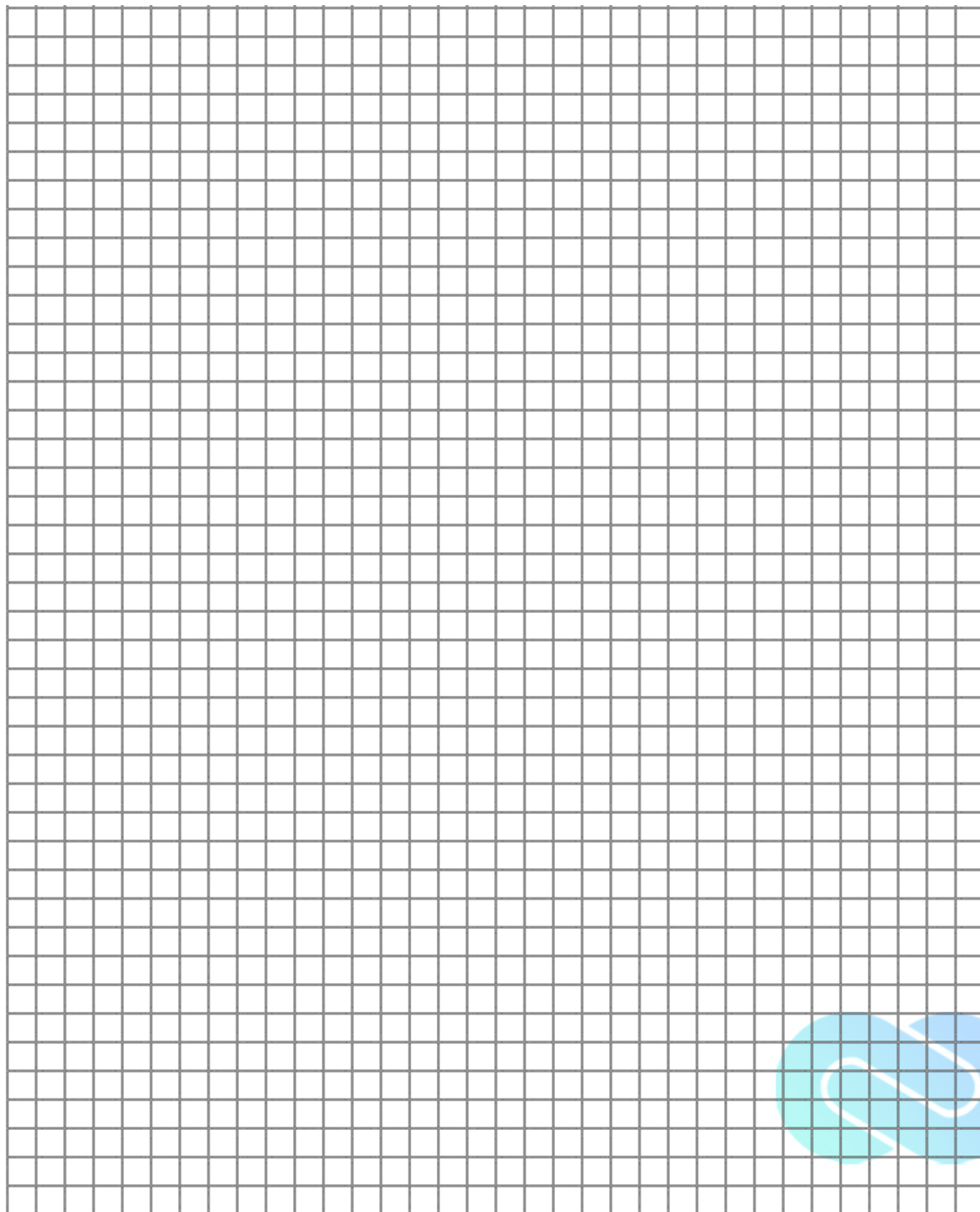
Zadanie 8. (0-3)

Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy kolejno dwie różne liczby. Ile jest możliwości wylosowania tych liczb, aby iloraz pierwszej liczby przez drugą był mniejszy od 1?



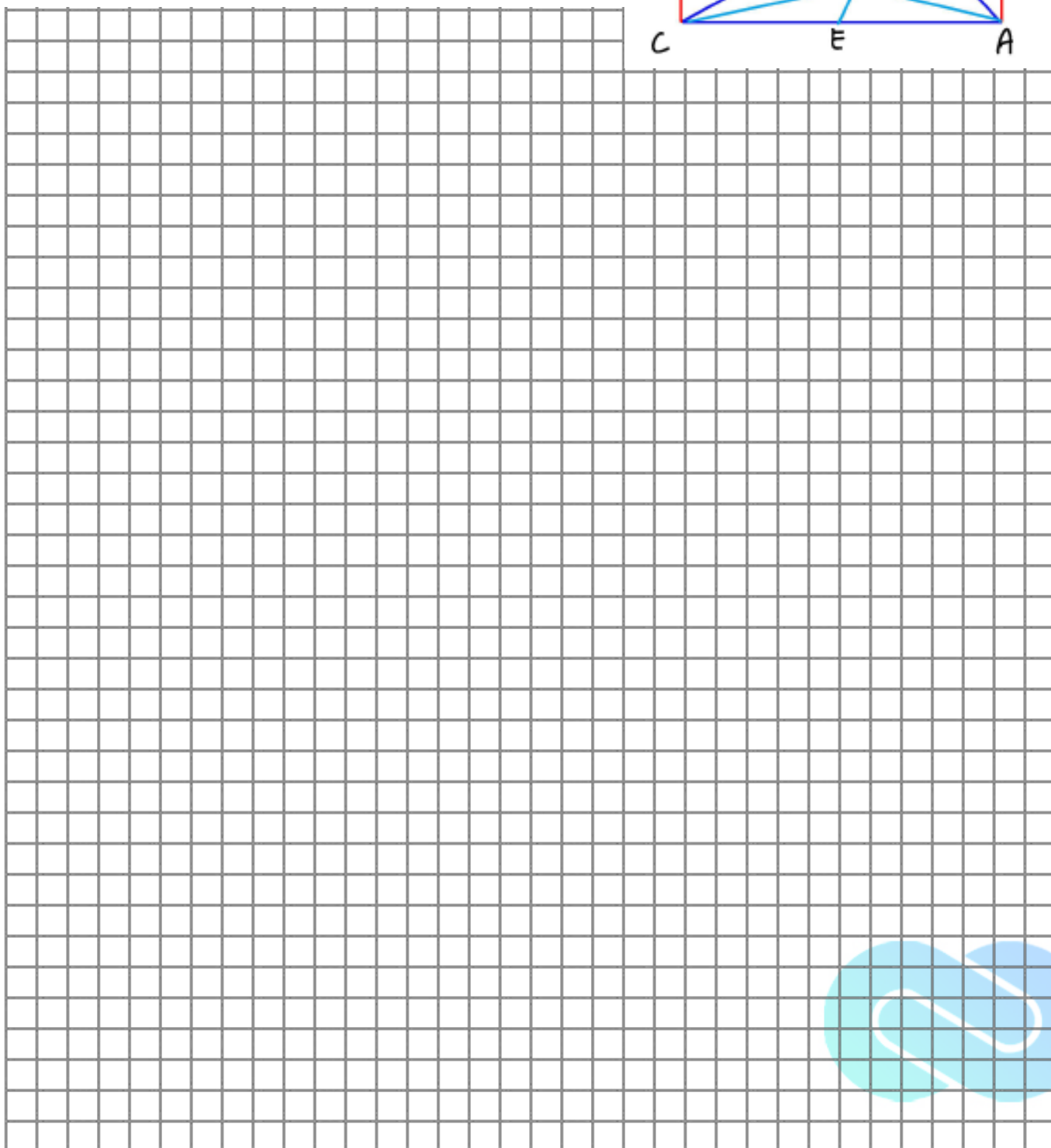
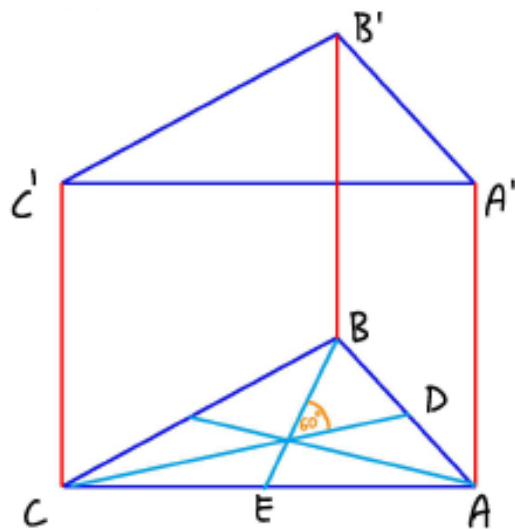
Zadanie 9. (0-3)

Długości boków czworokąta $ABCD$, na którym można opisać okrąg, są równe $|AB| = 2$, $|BC| = 3$, $|CD| = 4$, $|AD| = 3$. Oblicz długość przekątnej BD tego czworokąta.



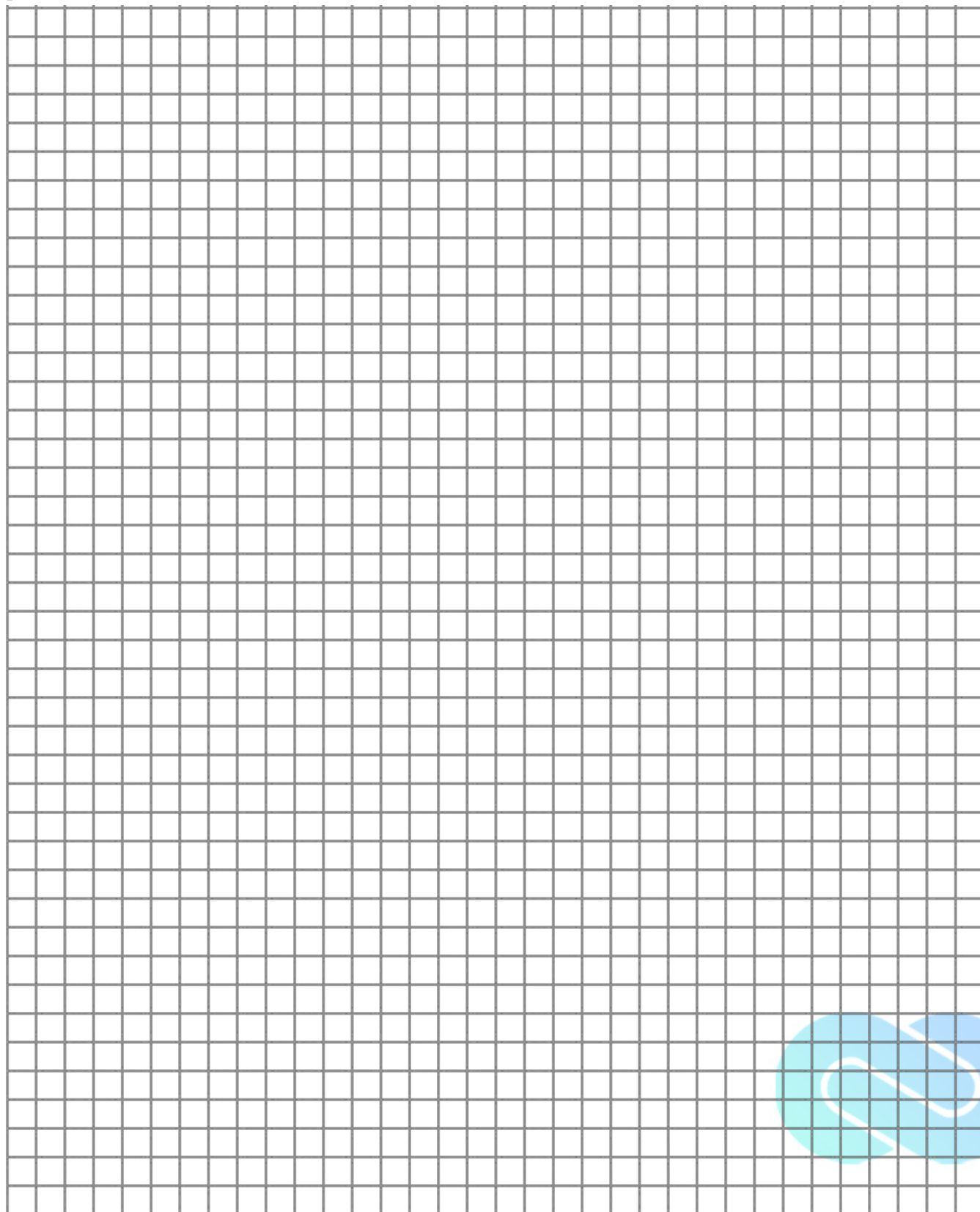
Zadanie 10. (0-4)

Podstawą graniastoslupa jest trójkąt ABC (patrz rysunek). W podstawie poprowadzono środkowe. Środkowa CD i BE przecinają się pod kątem 60° . Długość środkowej $|BE| = 15$ i długość środkowej $|CD| = 21$. Oblicz objętość tego graniastoslupa, jeżeli wysokość graniastoslupa jest równa $H = 12\sqrt{3}$.



Zadanie 11. (0-4)

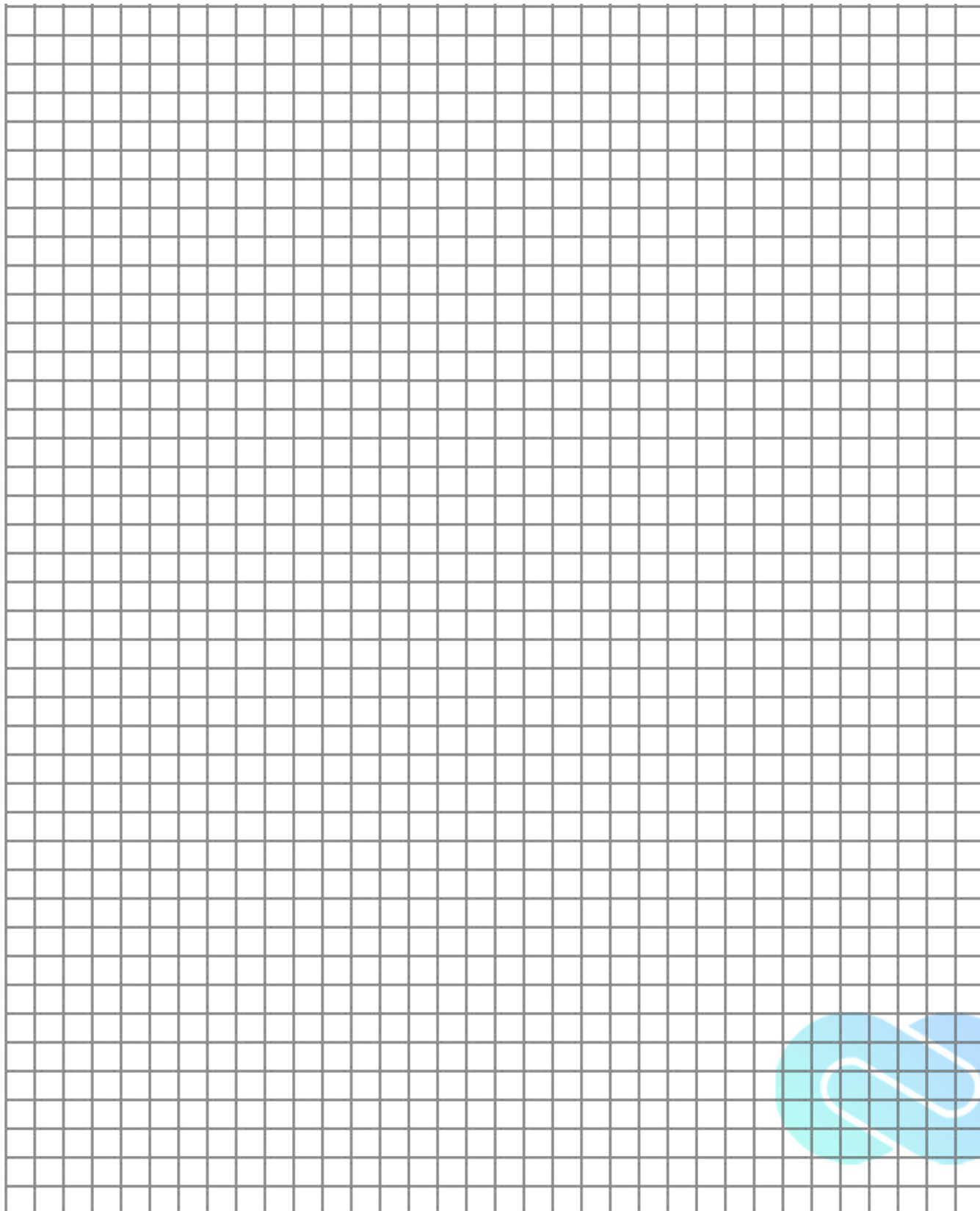
Mamy dany sześciokąt foremny $ABCDEF$, w którym $A = (1, 1 + \sqrt{3})$, $B = (2, 1)$. Proste BC i EF są równoległe do osi OX . Wyznacz równanie stycznej do okręgu opisanego na sześciokącie w punkcie F .



Zadanie 12. (0-3)

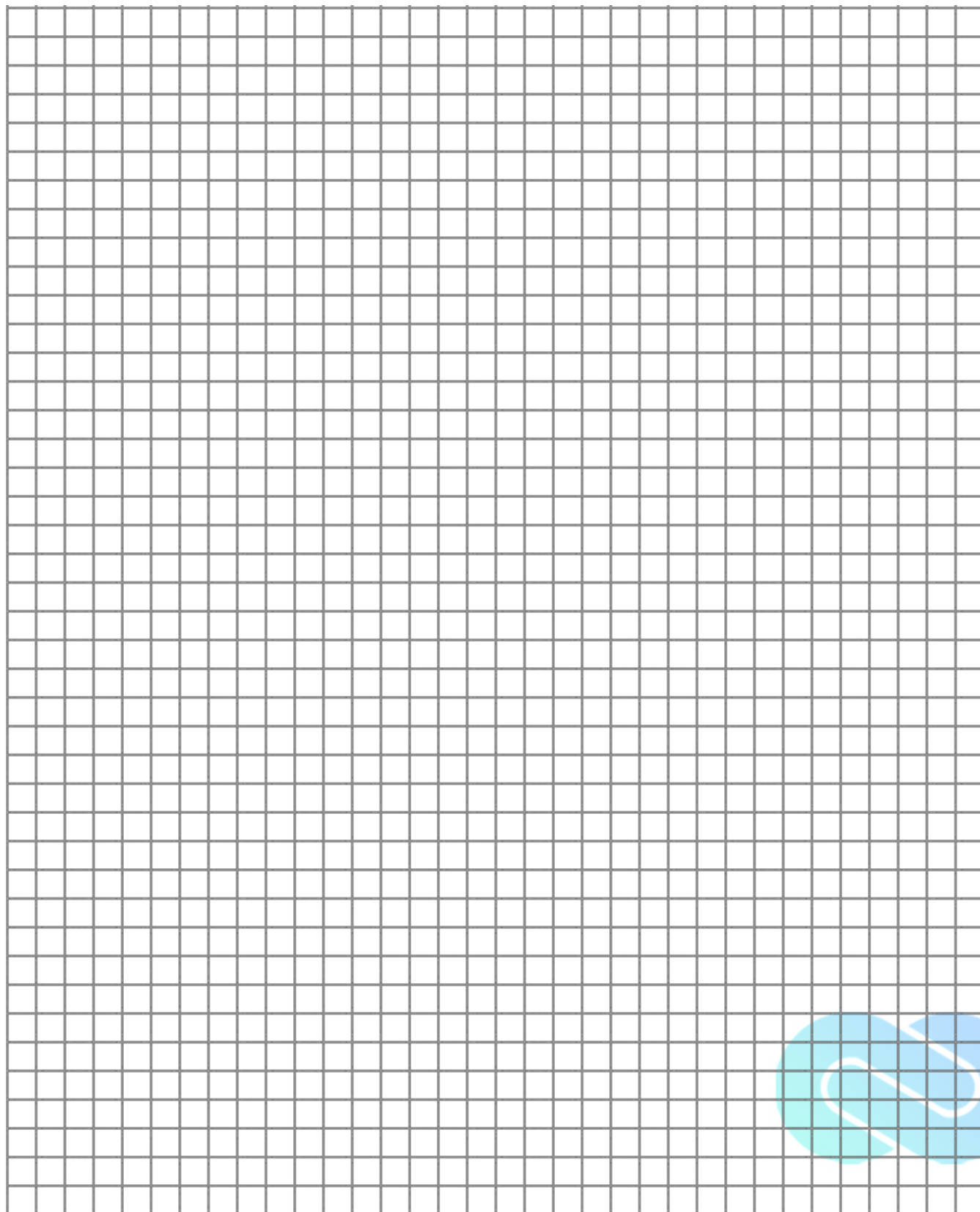
Oblicz granicę ciągu:

$$a_n = \frac{\sqrt{2}}{3n^2+\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{2}}{3n^2+2\sqrt{2}} + \dots + \frac{n\sqrt{2}}{3n^2+n\sqrt{2}}$$



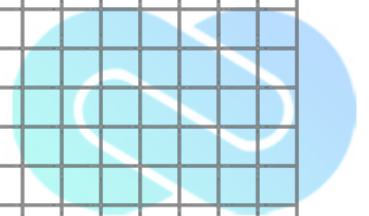
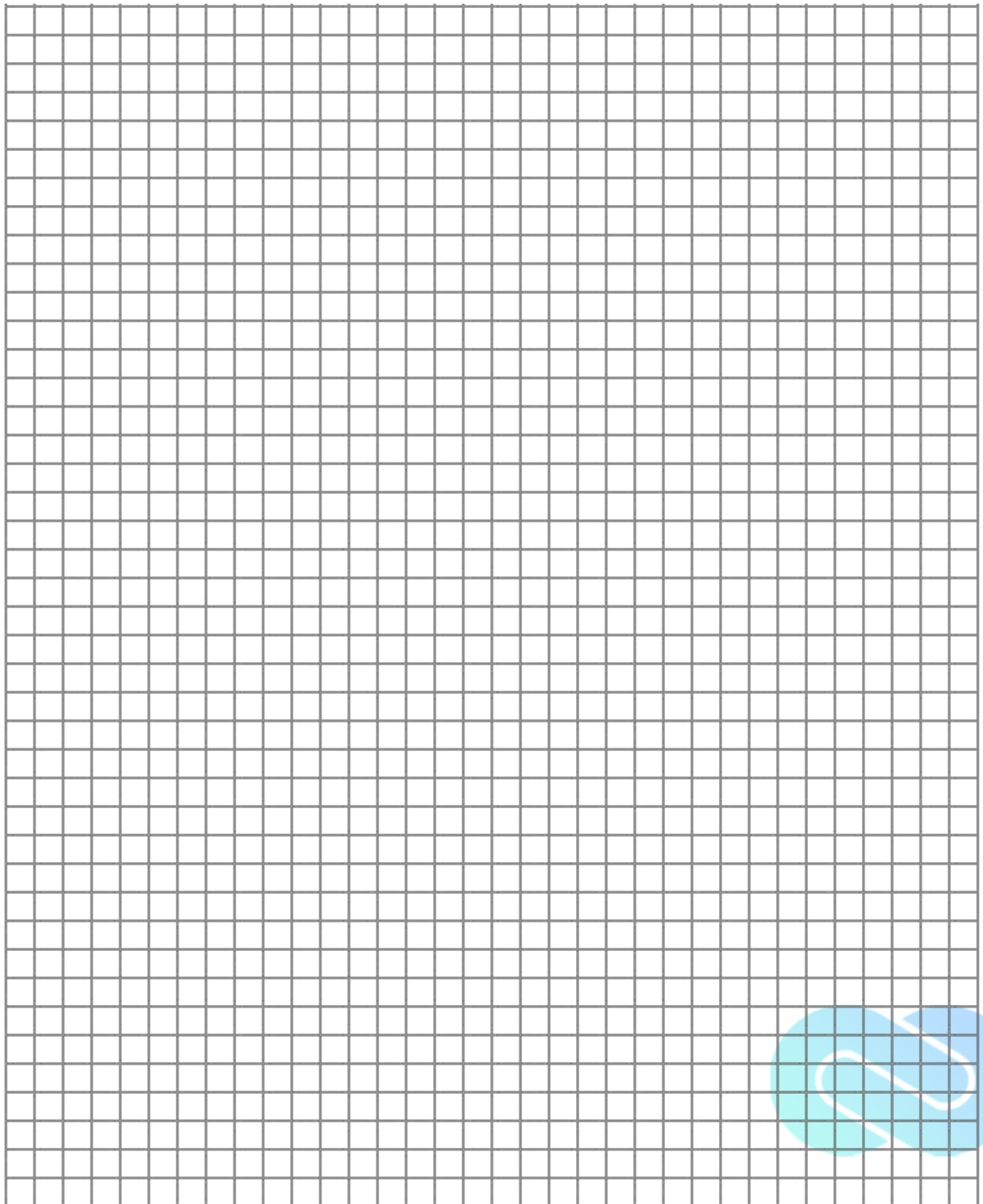
Zadanie 13. (0-3)

Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji $f(f(x))$ w punkcie $P = (2, y_p)$, jeśli funkcja $f(x)$ ma postać $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$



Zadanie 14. (0-2)

Zbadaj monotoniczność funkcji $f(x) = \frac{2-4x}{3-2x}$ dla $x \in (-\infty, \frac{3}{2})$.



Potrzebujesz pomocy w przygotowaniu się do matury?

SPRAWDŹ AMzP

