

Wymagania maturalne 2025

MATEMATYKA POZIOM ROZSZERZONY

Poniżej przedstawiam wszystkie wymagania maturalne z poziomu podstawowego, które obowiązują od 2025 roku.

Kolorem czarnym zostały oznaczone wszystkie zagadnienie, które obowiązują na maturze od 2025 roku.

Kolorem czerwonym zostały oznaczone wymagania, które wyleciały z matury.

Kolorem fioletowym zostały oznaczone wszystkie wymagania, które z poziomu podstawowego przeszły na poziom rozszerzony.

Kolorem niebieskim zostały oznaczone nowe zagadnienia na maturze 2025.

Kolorem pomarańczowym zostały oznaczone wszystkie wymagania, które z poziomu rozszerzonego przeszły na poziom podstawowy. (nadal obowiązują na poziomie rozszerzonym)

!!! Maturzystów z poziomu rozszerzonego również obowiązuje cały materiał wymagany do poziomu podstawowego !!!

Cele kształcenia – wymagania ogólne.

I. Sprawność rachunkowa.

Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.

2. Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.

2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.

3. Tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie istniejących, w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu.

4. Wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego w przypadkach wymagających specjalnych zastrzeżeń, dodatkowych założeń, rozważenia szczególnych uwarunkowań.

IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkuetapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.

2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.

3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, tworzenie ciągu argumentów gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań zagadnienia.

4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Liczby rzeczywiste.

Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:

1. stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu;
2. przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż dowód własności: jeśli liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, to jej trzecia potęga przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2.

II. Wyrażenia algebraiczne.

Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:

1. dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x - a$;
2. rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu $W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}$;
3. znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych;
4. stosuje podstawowe własności trójkąta Pascala oraz następujące własności współczynnika dwumianowego (symbolu Newtona): $\binom{n}{0} = 1$, $\binom{n}{1} = n$, $\binom{n}{n-1} = n$,
 $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$, $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$
5. korzysta ze wzorów na: $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$, $a^n - b^n$, $(a+b)^n$, $(a-b)^n$
6. dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, w przypadkach nie trudniejszych niż: $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$, $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$, $\frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}$

III. Równania i nierówności.

Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:

1. rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej, lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;
2. rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ oraz nierówności wielomianowe typu: $W(x) > 0$, $W(x) \geq 0$, $W(x) < 0$, $W(x) \leq 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;
3. rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż $\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$
4. rozwiązuje równania i nierówności wymierne, które dadzą się sprowadzić do równania lub nierówności liniowej lub kwadratowej;
5. stosuje wzory Viete'a dla równań kwadratowych;
6. rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o stopniu trudności nie większym, niż $2|x+3| + 3|x-1| = 13$, $|x+2| + 2|x-3| < 11$;
7. rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną;
8. analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których **rozwiązania mają żadaną własność**, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.
9. analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności: wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów,

podaje warunki, przy których **rozwiązania mają określone znaki bądź należą do określonego przedziału**, wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów;

10. rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe;
11. rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)}$ gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej.

IV. Układy równań.

Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:

1. rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe, a drugie kwadratowe, w postaci

$$\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases} \quad \begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + f \end{cases}$$
2. rozwiązuje układy równań kwadratowych w postaci

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}$$
3. rozwiązuje układy równań liniowych i kwadratowych z dwiema niewiadomymi, które można sprowadzić do równania kwadratowego lub liniowego, a które nie są trudniejsze niż

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}$$

V. Funkcje.

Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:

1. na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ rysuje wykres funkcji $y = |f(x)|$.
2. na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;
3. posługuje się złożeniami funkcji;
4. dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ jest monotoniczna w przedziale $(-\infty, -2)$.

VI. Ciągi.

Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:

1. oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\sqrt[n]{a}$ oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach;
2. rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę.

VII. Trygonometria.

Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:

1. stosuje miarę łukową, zamienia stopnie na radiany i odwrotnie;
2. posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens;
3. wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
4. stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;
5. korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwójnych;
6. rozwiązuje równania trygonometryczne o stopniu trudności nie większym niż w przykładzie $4 \cos 2x \cos 5x = 2 \cos 7x + 1$;
7. rozwiązuje równania trygonometryczne;
8. stosuje twierdzenie sinusów;
9. oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty m.in. z wykorzystaniem twierdzenia cosinusów).

VIII. Planimetria.

Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:

1. stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;
2. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa;
3. przeprowadza dowody geometryczne.

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.

Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:

1. znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej. ;
2. znajduje punkty wspólne dwóch okręgów;
3. zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość, dodaje wektory i mnoży wektor przez liczbę, oba te działania wykonuje zarówno analitycznie, jak i geometrycznie;
4. posługuje się równaniem prostej w postaci ogólnej na płaszczyźnie, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);
5. wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej i prostej stycznej do danego okręgu.

X. Stereometria.

Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:

1. zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych;
2. posługuje się pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;
3. rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;
4. określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
5. wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii.

XI. Kombinatoryka.

Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:

1. oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji **również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów**; ;
2. stosuje współczynnik dwumianowy (symbol Newtona) **i jego własności** przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych.

XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.

Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:

1. oblicza prawdopodobieństwo warunkowe i **stosuje wzór Bayesa**, stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym;
2. stosuje schemat Bernoullego.

XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.

Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:

1. oblicza granice funkcji (w tym jednostronne);
2. stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji;
3. stosuje definicję pochodnej funkcji, podaje interpretację geometryczną i fizyczną pochodnej;
4. oblicza pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym oraz oblicza pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu i funkcji złożonej;
5. stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji;
6. rozwiązuje zadania optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej.