

**Zadania, które ZAWSZE pojawiają się
na egzaminie maturalnym
z matematyki**

 **MATMA Z PASJĄ**

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y &= \frac{\sin(x \pm y)}{\cos(x \pm y)} \\ a^2 + b^2 &= r^2 \cos^2 \alpha \end{aligned}$$



MATURA - lista zadań

WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA - ZADANIE 1

Zadanie 1.

Rozwiązaniem równania $|x + 2| - 1 = 6$ są liczby:

A) $x = -9 \vee x = -5$

B) $x = -9 \vee x = 5$

C) $x = 5 \vee x = 9$

D) $x = -5 \vee x = 9$

Zadanie 2.

Rozwiąż równanie: $3|x - 1| - 5 = 4$.

Zadanie 3.

Liczby x_1 i x_2 są różnymi rozwiązaniami równania $|1 - x| = 6$. Iloczyn $x_1 \cdot x_2$ jest równy:

A) -35

B) 36

C) 35

D) -36

Zadanie 4.

Liczby x_1 i x_2 są różnymi rozwiązaniami równania $\frac{1}{2}|x - 3| + 2 = 5$. Ile wynosi iloczyn $x_1 \cdot x_2$?

Zadanie 5.

Liczby x_1 i x_2 są różnymi rozwiązaniami równania $2|x - 4| = 5$. Suma $x_1 + x_2$ jest równa:

A) 5

B) 7

C) 8

D) 6

Zadanie 6.

Liczby x_1 i x_2 są różnymi rozwiązaniami równania $|3 - x| + 1 = 4$. Ile wynosi suma $x_1 + x_2$?

Zadanie 7.

Rozwiązania równania $|-2x + 1| = 4$ należą do przedziału:

A) $\langle 2, 5; +\infty \rangle$

B) $\langle -1, 5; 2, 5 \rangle$

C) $(-\infty; -1, 5 \rangle$

D) $(-1, 5; 2, 5)$

Zadanie 8.

Liczby $x_1 = -2$ i $x_2 = 3$ są rozwiązaniami równania:

A) $|1 - x| = 5$

B) $|2x - 1| = 3$

C) $3|x| + 1 = 4$

D) $|1 - 2x| = 5$

Zadanie 9.

Liczby $x_1 = 0$ i $x_2 = 3$ są rozwiązaniami równania:

A) $2|x| + 6 = 10$

B) $|3 - 2x| + 5 = 8$

C) $|x + 1| - 5 = 3$

D) $3 = |1 - x|$

Zadanie 10.

Zbiór liczb, których odległość na osi liczbowej od liczby 0 jest równa 9, można zapisać równaniem:

A) $|x| = 3$

B) $|x - 3| = 6$

C) $|x| = 9$

D) $|x - 3| = 9$

Odpowiedzi

1. B; 2. $x_1 = -2 \vee x_2 = 4$; 3. A; 4. -27 ; 5. C; 6. 6; 7. B; 8. D; 9. B; 10. C

POTĘGI - ZADANIE 2**Zadanie 1.**

Zapisz wyrażenie w postaci jednej potęgi: $\frac{9 \cdot 3^9 \cdot 27}{3^7 \cdot 3^4}$.

Zadanie 2.

Zapisz wyrażenie w postaci jednej potęgi: $\frac{36 \cdot (-6)^7 \cdot (-6)^8}{6^{14} \cdot (-6)}$.

Zadanie 3.

Dane jest wyrażenie $(81^2)^a : 9 = 3^6$. Ile wynosi liczba a ?

Zadanie 4.

Ile wynosi wartość wyrażenia $\left(\frac{2^{-5} \cdot 2^{-3}}{2^{-7}}\right)^{-2}$?

Zadanie 5.

Ile wynosi wartość wyrażenia $\frac{3^{-6} \cdot (3^{-2} \cdot 3)^{-1}}{3^4 \cdot (3^2 \cdot 3^6)}$?

Zadanie 6.

Oblicz: $2^7 \cdot 3^7 : 6^5$

Zadanie 7.

Oblicz: $(-0,2)^{12} \cdot 5^{12} \cdot (-1)^{-13}$

Zadanie 8.

Ustal wartość m i n dla $\left(\frac{16}{25}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^3 = \frac{2^n}{5^m}$

Zadanie 9.

Oblicz: $\left(\sqrt[5]{3} \cdot \frac{1}{3}\right)^{-5}$

Zadanie 10.

Oblicz: $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{6}}{3 \sqrt[3]{2}}$

Odpowiedzi

1. 3^{11} ; 2. 64; 3. $a = 1$; 4. 4; 5. 3; 6. 36; 7. -1 ; 8. $m = 5, n = 7$; 9. 27; 10. $\frac{2}{3}$

LOGARYTMY - ZADANIE 3**Zadanie 1.**

Liczba $\log 15$ jest równa:

A) $\log 3 \cdot \log 5$

B) $\log 3 + \log 5$

C) $\log 20 - \log 5$

D) $\log 10 + \log 5$

Zadanie 2.

Ile wynosi suma $2 \log_3 4 + \log_3 8$?

Zadanie 3.

Ile wynosi liczba $\frac{\log_6 27}{\log_6 9}$?

Zadanie 4.

Ile wynosi liczba $\log_3 72 - \log_3 8$?

Zadanie 5.

Ile wynosi suma $\log 5^3 + \log 5^4 + \log 5^5$?

Zadanie 6.

Ile wynosi liczba $\log_3(\log 30 - \log 3)$?

Zadanie 7.

Ile wynosi liczba $\log_{\frac{1}{5}} \frac{625}{\sqrt{5}}$?

Zadanie 8.

Ile wynosi wartość wyrażenia $A = \log_5 \frac{1}{125} \cdot \log_{25} 5$?

Zadanie 9.

Ile wynosi liczba $\log_{3\sqrt{3}} \frac{1}{81}$?

Zadanie 10.

Ile wynosi liczba $\log_2(\log_9 3)$?

Odpowiedzi

1. B; 2. $\log_3 128$; 3. $\frac{3}{2}$; 4. 2; 5. $12 \log 5$; 6. 0; 7. $-3, 5$; 8. $-1, 5$; 9. $-\frac{8}{3}$; 10. -1

WSM cz. 1 - ZADANIE 4**Zadanie 1.**

Usuń niewymierność z mianownika: $\frac{11-7\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$.

Zadanie 2.

Doprowadź do najprostszej postaci: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$.

Zadanie 3.

Usuń niewymierność z mianownika: $\frac{12}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

Zadanie 4.

Ile wynosi wartość wyrażenia $\left(\sqrt{4+\sqrt{7}} + \sqrt{4-\sqrt{7}}\right)^2$?

Zadanie 5.

Ile wynosi wartość $\left(\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{8}-2}\right)^{-1}$?

Zadanie 6.

Oblicz: $(\sqrt{3}+2)(2\sqrt{3}-3)$.

Zadanie 7.

Wyznacz odwrotność liczby $x = 2 - \sqrt{3}$.

Zadanie 8.

Wyznacz odwrotność liczby $c = \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$.

Zadanie 9.

Wyznacz takie liczby całkowite x i y , aby spełniona była równość $(\sqrt{7}-2)^2 = x\sqrt{7} + y$.

Zadanie 10.

Doprowadź do najprostszej postaci wyrażenie: $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$.

Odpowiedzi

1. $5 - 2\sqrt{3}$; 2. -5 ; 3. $6(\sqrt{5} + \sqrt{3})$; 4. 14; 5. -2 ; 6. $\sqrt{3}$; 7. $2 + \sqrt{3}$; 8. $\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{5}}{11}$; 9. $x = -4, y = 11$;
10. $\frac{4+3\sqrt{2}}{2}$

WSM cz. 2 - ZADANIE 5**Zadanie 1.**

Oblicz wartość wyrażenia $(\sqrt{a+b} + \sqrt{b})(\sqrt{a+b} - \sqrt{b})$.

Zadanie 2.

Oblicz wartość wyrażenia $(\sqrt{1-x} - \sqrt{x})(\sqrt{1-x} + \sqrt{x})$.

Zadanie 3.

Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci $(x+y)^2 - (x-y)^2$.

Zadanie 4.

Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci $(x-2)(x+2) - (x-3)^2 + (x+1)^2$.

Zadanie 5.

Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci $(a^2 + b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2 + (a-b)(a+b)$.

Zadanie 6.

Następujące wyrażenie $2[(m - n)^2 - (m + n)^2] - 4(m - n)^2$ doprowadź do najprostszej postaci, a następnie oblicz jego wartość liczbową dla $m = -\frac{1}{2}$ i $n = 2$.

Zadanie 7.

Ile wynosi wartość wyrażenia $(x\sqrt{2} + 2x\sqrt{8})^2$?

Zadanie 8.

Ile wynosi wartość wyrażenia $(x + 2y)^2 - (x - 2y)^2$ dla $x = \sqrt{2}$ i $y = -\sqrt{2}$?

Zadanie 9.

Uprość wyrażenie $\left(\frac{3}{x} + \frac{x}{3}\right)^2 - \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right)^2$, $x \neq 0$.

Zadanie 10.

Ile wynosi wartość wyrażenia $(x - \sqrt{3})^2 - 2(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) + (x + \sqrt{3})^2$?

Odpowiedzi

1. a ; 2. $1 - 2x$; 3. $4xy$; 4. $x^2 + 8x - 12$; 5. $4a^2b^2 + a^2 - b^2$; 6. $-4m^2 - 4n^2, -17$; 7. $50x^2$; 8. -16 ; 9. 4; 10. 12

LOKATY - ZADANIE 6**Zadanie 1.**

Aneta wpłaciła 10 000 zł na konto oprocentowane 12% w stosunku rocznym z kapitalizacją odsetek po roku. Jaki będzie stan konta Anety po dwóch latach?

Zadanie 2.

Adam wpłacił 20 000 zł na konto oszczędnościowe oprocentowane $p\%$ w stosunku rocznym z kapitalizacją odsetek po roku. Ile wynosi oprocentowanie p konta, jeśli Adam po 2 latach wypłacił 22 050 zł?

Zadanie 3.

Zofia wpłaciła pewną kwotę na konto oszczędnościowe oprocentowane 8% w stosunku rocznym z kapitalizacją odsetek co rok. Ile wynosił kapitał początkowy Zofii, jeśli po 2 latach wypłaciła 17 496 zł?

Zadanie 4.

Marcin założył lokatę ze zmiennym oprocentowaniem w wysokości 4 000 zł. Przez pierwsze dwa lata oprocentowanie lokaty było równe 12%, w trzecim roku 10%, a w czwartym 8% w skali roku z roczną kapitalizacją odsetek. Ile pieniędzy na tej lokacie miał Marcin po 4 latach?

Zadanie 5.

Po dwóch latach stan konta w banku przy rocznej kapitalizacji odsetek wzrósł z 20 000 zł do 23 328 zł. Ile wynosi roczna stopa procentowa w tym banku?

Zadanie 6.

Mateusz ulokował 3 000 zł na okres jednego roku w banku, w którym oprocentowanie takiej lokaty było równe 6%, a odsetki są kapitalizowane co rok. Od dopisanych odsetek trzeba było zapłacić 19% podatku. Oblicz, ile pieniędzy miał Mateusz z tej lokaty po roku.

Zadanie 7.

Ile pieniędzy wypłaci Agnieszka po trzech latach oszczędzania, jeśli wpłaciła 50 000 zł na konto oprocentowane 6% w skali roku z roczną kapitalizacją odsetek?

Zadanie 8.

Beata złożyła w banku 20 000 zł na okres trzech lat z roczną kapitalizacją odsetek i wyraziła zgodę na zmienną stopę procentową. Siostra Beaty, Dorota, kupiła działkę rekreacyjną za 20 000 zł. Dorota sprzedawała swoją działkę po trzech latach za 26 000 zł. Która z nich zainwestowała swoje pieniądze korzystniej, jeśli oprocentowanie w banku wynosiło w pierwszym roku 9%, w drugim 7%, w trzecim 8%. Odpowiedź uzasadnij, wykonując odpowiednie obliczenia.

Zadanie 9.

Oprocentowanie rocznej lokaty w pewnym banku jest równe 15% z roczną kapitalizacją odsetek. Jaką kwotę należy wpłacić na tę lokatę, jeśli po roku chcemy wypłacić 6 900 zł?

Zadanie 10.

Jurek zdeponował w SUPER-HIPER-BANKU pewną kwotę pieniędzy. Po dwóch latach bank wypłacił Jurkowi kwotę dwukrotnie większą od wkładu. Jakie oprocentowanie proponował bank, jeśli okres kapitalizacji odsetek wynosił jeden rok? Wynik podaj w postaci dziesiętnej z dokładnością do 0,01%.

Odpowiedzi

1. 12 544 zł; **2.** 5%; **3.** 15 000 zł; **4.** 5 960,91 zł; **5.** 8%; **6.** 3 146 zł; **7.** 59 550,80 zł; **8.** Korzystniej zainwestowała Dorota, bo zarobiła 6 000 zł, a Beata 5 192 zł; **9.** 6 000 zł; **10.** 41,42%

WYRAŻENIA WYMIERNE - ZADANIE 7**Zadanie 1.**

Wyrażenie $\frac{x^2-3x}{x^2-9}$, dla $x \neq -3$ i $x \neq 3$, zapisz w najprostszej postaci.

Zadanie 2.

Wykonaj odpowiednie działania i przedstaw wyrażenie $\frac{2}{5+x} \cdot (x^2 - 25)$, $x \neq -5$, w najprostszej postaci.

Zadanie 3.

Wykonaj działania i zapisz wyrażenie $\frac{x^2-16}{x^2-6x} \cdot \frac{x^2-36}{x^2+4x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, 0, 6\}$, w najprostszej postaci.

Zadanie 4.

Wykonaj działania i zapisz wyrażenie $\frac{x+4}{x-3} : \frac{x+4}{x+3}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, -3, 3\}$, w najprostszej postaci.

Zadanie 5.

Wykonaj działania i zapisz wyrażenie $\frac{3x+2}{x^2-16} : \frac{9x^2+12x+4}{x+4}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, -\frac{2}{3}, 4\}$, w najprostszej postaci.

Zadanie 6.

Podaj zbiór liczb, dla których wyrażenie $\frac{3}{x^2-5x+6} + \frac{2}{x^2-4}$ ma sens liczbowy.

Zadanie 7.

Przedstaw wyrażenie $\frac{(x-1)(x^2-1)}{(x^2-1)^2}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$, w najprostszej postaci.

Zadanie 8.

Przedstaw wyrażenie $\frac{4x^2+4x}{1-x^2} : \frac{-2}{x+1}$ w najprostszej postaci. Podaj odpowiednie założenia.

Zadanie 9.

Przedstaw wyrażenie $\frac{-m^2}{1-m} : \frac{-m}{m-1}$ w najprostszej postaci i podaj odpowiednie założenia.

Zadanie 10.

Przedstaw wyrażenie $\frac{x^2-x}{x^2-2x+1} : \frac{x^2}{x^2-1}$ w najprostszej postaci i podaj odpowiednie założenia.

Odpowiedzi

1. $\frac{x}{x+3}$; 2. $2(x-5)$; 3. $\frac{(x-4)(x+6)}{x^2}$; 4. $\frac{x+3}{x-3}$; 5. $\frac{1}{(x-4)(3x+2)}$; 6. $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2, 3\}$; 7. $\frac{1}{x+1}$; 8. $\frac{2x(x+1)}{x-1}$,
 $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$; 9. $-m$, $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$; 10. $\frac{x+1}{x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$

DOWODY cz. 1 - ZADANIE 8**Zadanie 1.**

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $(3n-1)^2+2$ jest podzielna przez 3.

Zadanie 2.

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $(3n+5)^2+11n^2$ jest podzielna przez 5.

Zadanie 3.

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $(3n+5)^2+11n^2-19$ przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1.

Zadanie 4.

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $(2n+3)^2+5$ przy dzieleniu przez 4 daje resztę 2.

Zadanie 5.

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $(4-n)^2+7n^2$ jest podzielna przez 8.

Zadanie 6.

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $(2-5n)^2+9$ przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3.

Zadanie 7.

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $(4n-3)^2-4n^2+3$ jest podzielna przez 12.

Zadanie 8.

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $3n^2+5-(n+3)^2$ jest podzielna przez 2.

Zadanie 9.

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $(3n-2)^2+3$ przy dzieleniu przez 3 daje resztę 1.

Zadanie 10.

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $(2 - n)^2 + 3n^2 + 7$ przy dzieleniu przez 4 daje resztę 3.

DOWODY cz. 2 - ZADANIE 9**Zadanie 1.**

Wykaż, że liczba $2 \cdot 9^{100} - 9^{99} - 9^{98}$ jest podzielna przez 19.

Zadanie 2.

Wykaż, że liczba $7^{100} - 7^{99} - 2 \cdot 7^{98}$ jest podzielna przez 10.

Zadanie 3.

Wykaż, że liczba $2^{13} + 2^{15} + 2^{17}$ jest podzielna przez 21.

Zadanie 4.

Wykaż, że liczba $3 \cdot 5^7 + 2 \cdot 5^8 + 5^9$ jest podzielna przez 19.

Zadanie 5.

Udowodnij, że liczba a taka, że $a = 3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}$, dla $n \in \mathbb{N}$, jest podzielna przez 13.

Zadanie 6.

Wykaż, że liczba $3^{46} + 27^{15} + 81^{12}$ jest podzielna przez 31.

Zadanie 7.

Wykaż, że liczba $14 \cdot 5^4 + 5^3 + 2 \cdot 5^2$ jest podzielna przez 3.

Zadanie 8.

Wykaż, że liczba $125 + 15^2 + 3 \cdot 5^4$ jest podzielna przez 13.

Zadanie 9.

Udowodnij, że liczba a taka, że $a = 4^n + 4^{n+1} + 4^{n+2}$, dla $n \in \mathbb{N}$, jest podzielna przez 7.

Zadanie 10.

Udowodnij, że liczba a taka, że $a = 5^n + 2 \cdot 5^{n+1} + 3 \cdot 5^{n+2}$, dla $n \in \mathbb{N}$, jest podzielna przez 43.

NIERÓWNOŚCI LINIOWE - ZADANIE 10**Zadanie 1.**

Rozwiąż nierówność: $1\frac{2}{3}x - 8 \geq 7$.

Zadanie 2.

Rozwiąż nierówność: $\frac{x-3}{4} \geq -1$.

Zadanie 3.

Rozwiąż nierówność: $\frac{x-3}{2} < \frac{x+1}{3}$.

Zadanie 4.

Rozwiąż nierówność: $\frac{x-3}{2} + \frac{x+4}{5} \geq 2x - 2$.

Zadanie 5.

Rozwiąż nierówność: $x - \frac{2(3+x)}{4} < 1 + x$.

Zadanie 6.

Rozwiąż nierówność: $\frac{-x-2}{3} - \frac{x-1}{-2} \leq \frac{2x+7}{6}$.

Zadanie 7.

Rozwiąż nierówność: $\frac{3}{4}x - \frac{1-4x}{2} < \frac{3}{8} - x$.

Zadanie 8.

Rozwiąż nierówność: $5(x-1) - 4(x+3) - 5 < 3(x-1)$.

Zadanie 9.

Rozwiąż nierówność: $\frac{1}{2}x - 7 \geq \frac{x-36}{3}$.

Zadanie 10.

Rozwiąż nierówność: $\frac{1-9x}{5} < \frac{19+3x}{8}$.

Odpowiedzi

1. $x \geq 9$; 2. $x \geq -1$; 3. $x < 11$; 4. $x \leq 1$; 5. $x > -5$; 6. $x \geq -14$; 7. $x > -\frac{7}{2}$; 8. $x > -\frac{19}{2}$; 9. $x \geq -30$; 10. $x > -1$

RÓWNANIA WIELOMIANOWE - ZADANIE 11**Zadanie 1.**

Ile i jakie rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych ma równanie $-3x(x^2+4)(x^2-4) = 0$?

Zadanie 2.

Ile i jakie rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych ma równanie $(x^2-16)(x^2+8x+16) = 0$?

Zadanie 3.

Ile rozwiązań w zbiorze liczb całkowitych ma równanie $(x^2-3)(x+2)(x^2-4x+4) = 0$?

Zadanie 4.

Ile rozwiązań w zbiorze liczb naturalnych ma równanie $(x^2-6x+9)(x^2+9)(x+3) = 0$?

Zadanie 5.

Ile i jakie rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych ma równanie $(x^2-6x+9)(x^2+9)(x+3) = 0$?

Zadanie 6.

Ile i jakie rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych ma równanie $(x^2-2)(9x^2+12x+4)(-\frac{2}{3}x) = 0$?

Zadanie 7.

Ile i jakie rozwiązania w zbiorze liczb naturalnych ma równanie $(x^2-4)(x-\frac{1}{2})(x^2+4) = 0$?

Zadanie 8.

Ile i jakie rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych ma równanie $x(x^2 - 4)(x^2 - 16)(x^2 + 2) = 0$?

Zadanie 9.

Ile i jakie rozwiązania w zbiorze liczb całkowitych ma równanie $(x^2 - 5)(x^2 + 10x + 25)(x + 5) = 0$?

Zadanie 10.

Ile i jakie rozwiązania w zbiorze liczb naturalnych ma równanie $(x + 3)^2(x^2 - 9) = 0$?

Odpowiedzi

1. 3 rozwiązania, $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$; **2.** 2 rozwiązania, $x = -4$, $x = 4$; **3.** 2 rozwiązania; **4.** 1 rozwiązanie; **5.** 2 rozwiązania, $x = -3$, $x = 3$; **6.** 4 rozwiązania, $x = -\sqrt{2}$, $x = -\frac{2}{3}$, $x = 0$, $x = \sqrt{2}$; **7.** 1 rozwiązanie, $x = 2$; **8.** 5 rozwiązań, $x = -4$, $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$, $x = 4$; **9.** 1 rozwiązanie, $x = 5$; **10.** 1 rozwiązanie, $x = 3$

NIERÓWNOŚCI KWADRATOWE - ZADANIE 12**Zadanie 1.**

Rozwiąż nierówność: $x^2 + x > \frac{3}{4}$.

Zadanie 2.

Rozwiąż nierówność: $(x - 2)^2 \leq 3(x - 2) - 2$.

Zadanie 3.

Rozwiąż nierówność: $10(x - 2) + 19 > (5x - 1)(1 + 5x)$.

Zadanie 4.

Rozwiąż nierówność: $\frac{5x^2+9}{6} - \frac{4x^2-9}{5} < 3$.

Zadanie 5.

Rozwiąż nierówność: $\frac{13x^2-4}{12} - \frac{20-3x^2}{18} \geq 3\frac{5}{9}$.

Zadanie 6.

Rozwiąż nierówność: $\frac{x(x-7)}{3} - 1 < \frac{11x}{10} - \frac{x-4}{3}$.

Zadanie 7.

Rozwiąż nierówność: $x^2 + 2x - 8 \leq 3x - 8$.

Zadanie 8.

Rozwiąż nierówność: $-x^2 + 6x - 5 > 3x - 3$.

Zadanie 9.

Rozwiąż nierówność: $8x + 8 \geq 2x^2 + 8x + 6$.

Zadanie 10.

Rozwiąż nierówność: $\frac{5x-x^2}{3} - \frac{(5x-11)^2}{4} \leq 6 - \frac{(7-x)^2}{2}$.

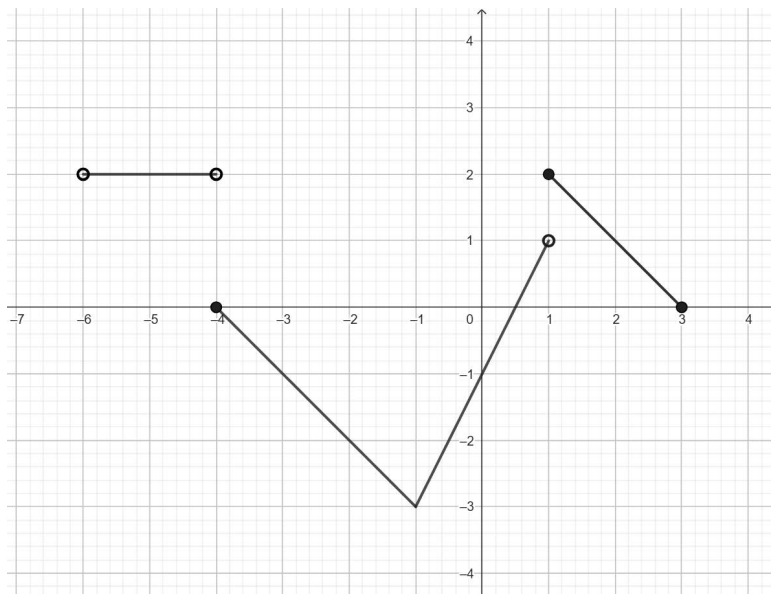
Odpowiedzi

1. $x \in (-\infty, -\frac{3}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$; 2. $x \in \langle 3, 4 \rangle$; 3. $x \in (0, \frac{2}{5})$; 4. $x \in (-\frac{3\sqrt{11}}{7}, \frac{3\sqrt{11}}{7})$; 5. $x \in (-\infty, -2) \cup \langle 2, \infty)$; 6. $x \in (-\frac{7}{10}, 10)$; 7. $x \in \langle 0, 1 \rangle$; 8. $x \in (1, 2)$; 9. $x \in \langle -1, 1 \rangle$; 10. $x \in (-\infty, \frac{47}{73}) \cup \langle 3, \infty)$

FUNKCJA LINIOWA - ZADANIE 13

Zadanie 1.

Dana jest funkcja $f(x)$
jak na rysunku obok:



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wy kropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe:

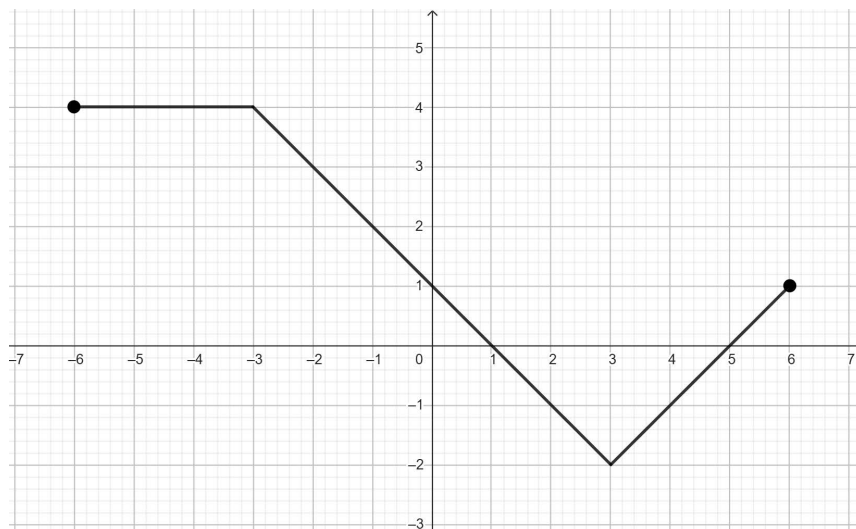
1. Dziedzina funkcji f jest przedział
2. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział
3. Funkcja f jest stała w przedziale
4. Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) < f(-3)$ jest przedział

Zadanie 2.

Funkcja f jest określona następująco:

$$f(x) = \begin{cases} 4 & \text{dla } x \in \langle -6, -3 \rangle \\ 1 - x & \text{dla } x \in (-3, 3) \\ x - 5 & \text{dla } x \in \langle 3, 6 \rangle \end{cases}$$

Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok:

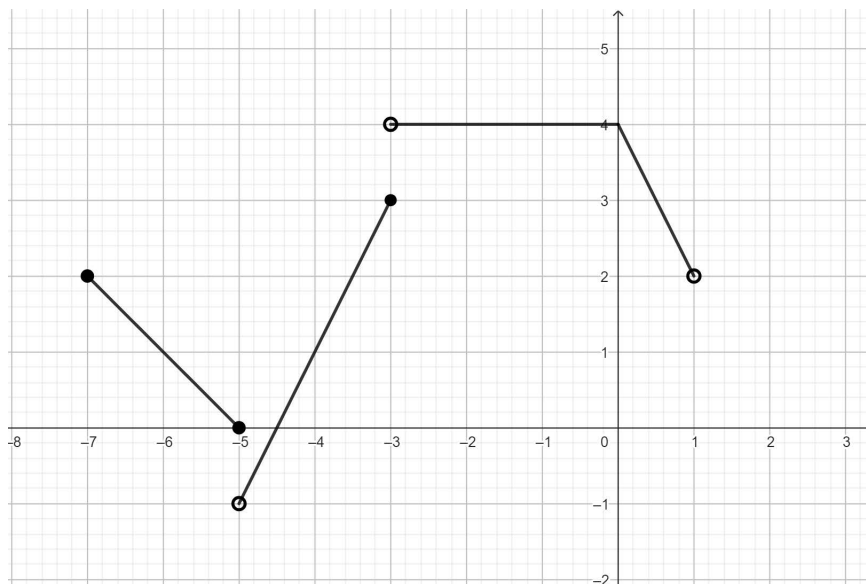


Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Dziedziną funkcji f jest przedział
2. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział
3. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne, jest przedział
4. Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) > f(-2)$ jest przedział

Zadanie 3.

Dana jest funkcja $f(x)$ jak na rysunku obok:



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wykropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe:

1. Dziedziną funkcji f jest przedział
2. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział
3. Funkcja f jest rosnąca w przedziale
4. Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) < f(-4)$ jest przedział

Odpowiedzi

1. 1. $(-6, 3]$, 2. $\langle -3, 2]$, 3. $(-6, -4)$, 4. $(-3, 0)$; 2. 1. $\langle -6, 6]$, 2. $\langle -2, 4]$, 3. $(1, 5)$, 4. $\langle -6, -2]$; 3. 1. $\langle -7, 1]$, 2. $(-1, 4]$, 3. $(-5, -3)$, 4. $(-6, -4)$

MIEJSCE ZEROWE FUNKCJI LINIOWEJ - ZADANIE 14

Zadanie 1.

Dana jest funkcja liniowa $f(x) = 5x + 4$. Wyznacz jej miejsce zerowe.

Zadanie 2.

Dana jest funkcja liniowa $f(x) = -\frac{3}{4}x + 2$. Wyznacz jej miejsce zerowe.

Zadanie 3.

Liczba $\frac{1}{8}$ jest miejscem zerowym funkcji $f(x) = (m - 2)x + \frac{1}{2}$. Ile wynosi liczba m ?

Zadanie 4.

Liczba -6 jest miejscem zerowym funkcji $f(x) = (3 - m)x + 3$. Ile wynosi liczba m ?

Zadanie 5.

Liczba $-\frac{1}{2}$ jest miejscem zerowym funkcji $f(x) = 2x + a$. Ile wynosi liczba a ?

Zadanie 6.

Liczba 3 jest miejscem zerowym funkcji $f(x) = -x + a$. Ile wynosi liczba a ?

Zadanie 7.

Liczba $-\frac{9}{10}$ jest miejscem zerowym funkcji $f(x) = (m^2 + 1)x + 9$. Ile wynosi liczba m ?

Zadanie 8.

Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji $f(x) = -(m^2 + 3)x + 7$. Ile wynosi liczba m ?

Zadanie 9.

Wyznacz miejsce zerowe funkcji liniowej $f(x) = (\sqrt{2} - 1)x + 1$.

Zadanie 10.

Wyznacz miejsce zerowe funkcji liniowej $f(x) = -(1 - \sqrt{3})x + \sqrt{3}$.

Odpowiedzi

1. $x_0 = -\frac{4}{5}$; 2. $x_0 = \frac{8}{3}$; 3. $m = -2$; 4. $m = 9$; 5. $a = 1$; 6. $a = 3$; 7. $m = -3 \vee m = 3$; 8. $m = -2 \vee m = 2$; 9. $x_0 = -\sqrt{2} - 1$; 10. $x_0 = -\frac{\sqrt{3}+3}{2}$

UKŁADY RÓWNAŃ - ZADANIE 15**Zadanie 1.**

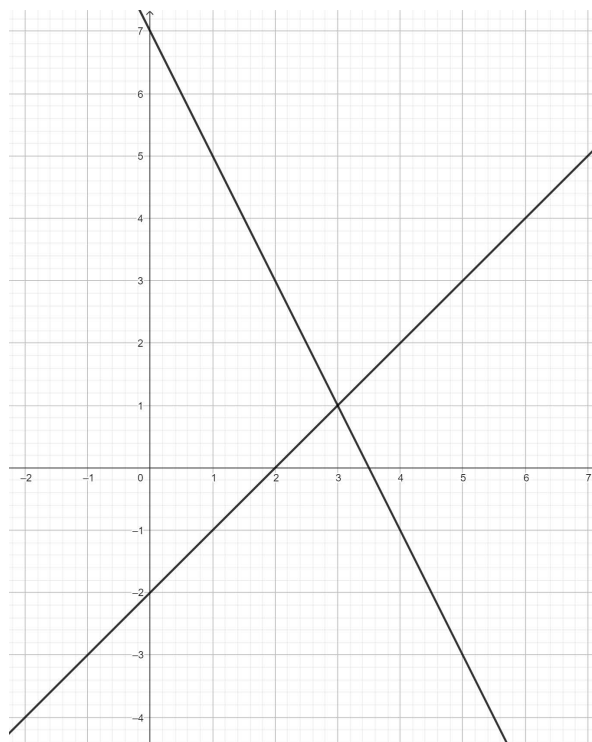
Na rysunku przedstawiono interpretację geometryczną w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) jednego z niżej zapisanych układów równań. Którego?

A) $\begin{cases} x - y = 7 \\ 2x = 2 + y \end{cases}$

B) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

C) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}$

D) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x = 2 + y \end{cases}$



Zadanie 2.

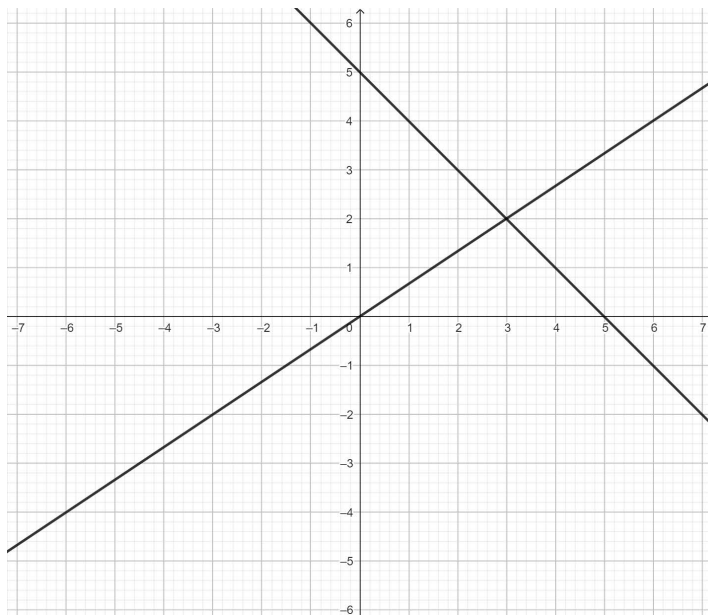
Na rysunku przedstawiono interpretację geometryczną w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) jednego z niżej zapisanych układów równań. Którego?

A) $\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{y}{2} - \frac{x}{3} = 0 \end{cases}$

B) $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 5 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$

C) $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1 \\ \frac{y}{2} - \frac{x}{3} = 0 \end{cases}$

D) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$

**Zadanie 3.**

Aby układ $\begin{cases} ay - 3x = -2 \\ 3x - 5y = 2 \end{cases}$ był układem nieoznaczonym należy w miejsce a wstawić:

A) 10

B) -6

C) -5

D) 5

Zadanie 4.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układ równań $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x = 7 - 2y \end{cases}$

A. ma dokładnie jedno rozwiązanie

C. ma dokładnie dwa rozwiązania

B. nie ma rozwiązań

D. ma nieskończenie wiele rozwiązań

Zadanie 5.

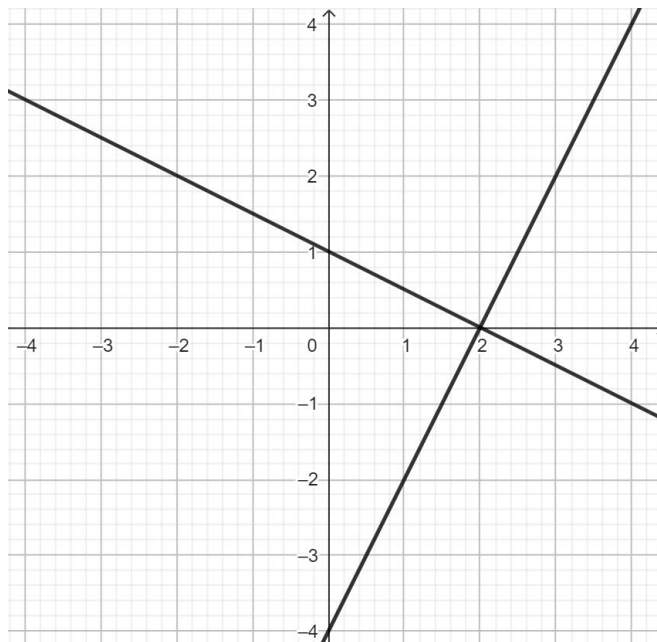
Na rysunku obok przedstawiona jest interpretacja geometryczna w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) jednego z poniższych układów równań. Którego?

A) $\begin{cases} y = 4 - x \\ 2x = y - 2 \end{cases}$

B) $\begin{cases} y + 2x = -4 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

C) $\begin{cases} y - 2x = -4 \\ 2y + x - 2 = 0 \end{cases}$

D) $\begin{cases} 2x = 4 - y \\ x - 2y = -2 \end{cases}$



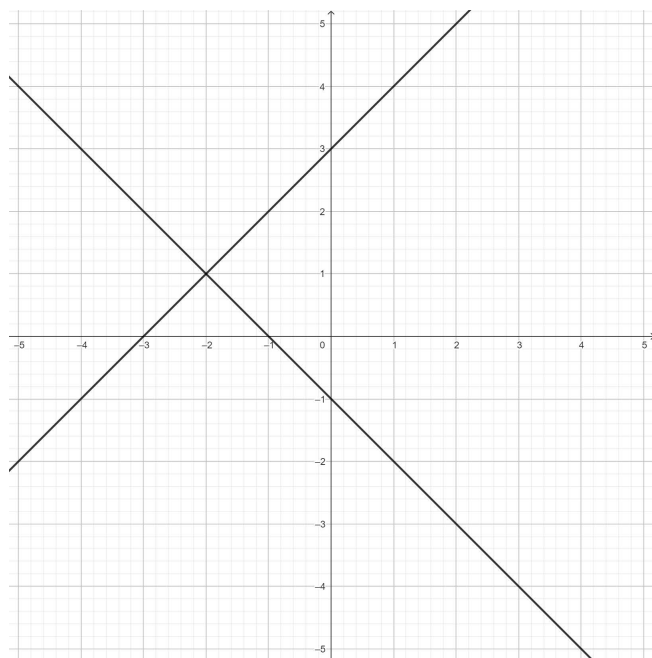
Zadanie 6.

Dany jest układ równań:

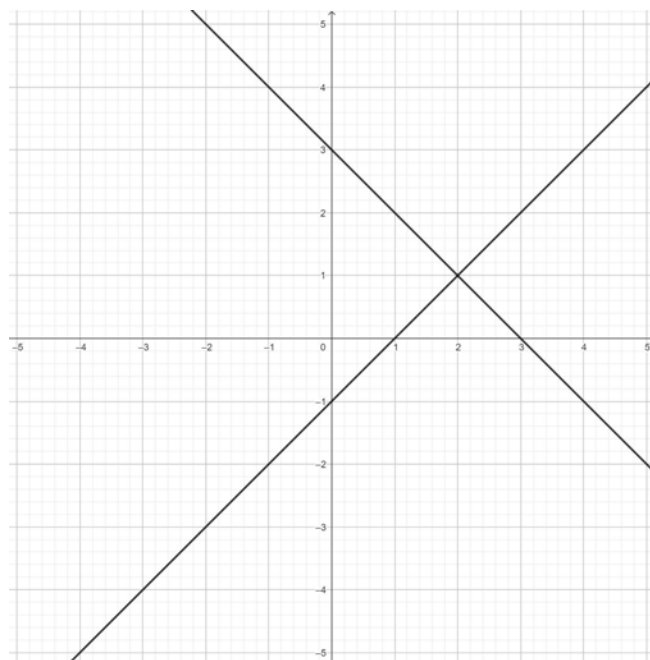
$$\begin{cases} x = 1 - y \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Który z rysunków przedstawia jego interpretację geometryczną w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) ?

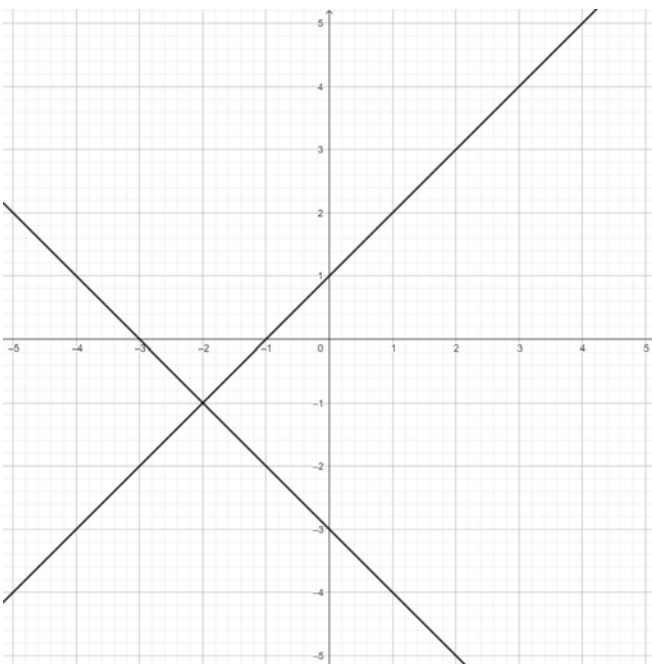
A)



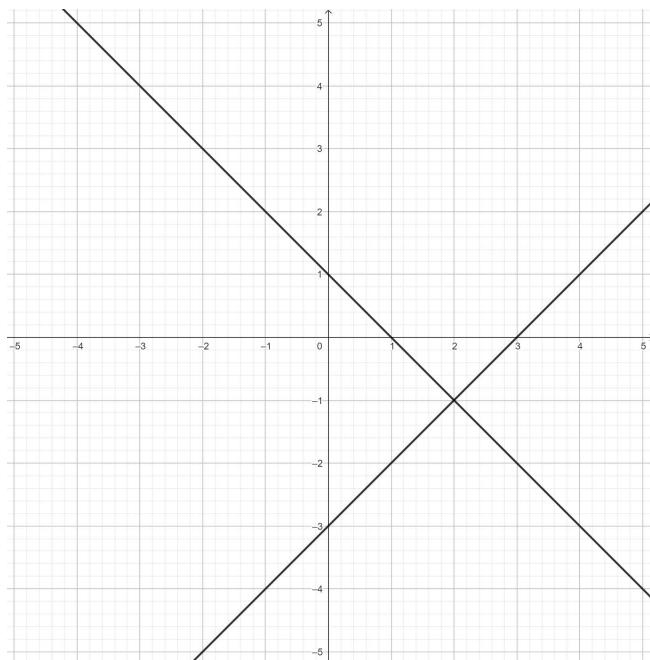
B)



C)



D)



Zadanie 7.

Para liczb $(2, -2)$ jest rozwiązaniem układu równań:

A) $\begin{cases} 3x + 5y = 16 \\ x + y = 4 \end{cases}$ B) $\begin{cases} 3x - 5y = 16 \\ x - y = 4 \end{cases}$ C) $\begin{cases} -3x + 5y = 16 \\ x - y = 4 \end{cases}$ D) $\begin{cases} -3x - 5y = 16 \\ x + y = 4 \end{cases}$

Zadanie 8.

Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x}{4} - \frac{2y}{3} = 8 \end{cases}$ jest para liczb:

A) 7 i 6 B) 8 i 9 C) 8 i 7 D) 7 i 9

Zadanie 9.

Który z układów ma nieskończenie wiele rozwiązań?

A) $\begin{cases} 7x - 3y = 15 \\ 5x + 6y = 27 \end{cases}$ B) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ C) $\begin{cases} \frac{x-y}{4} = 1 \\ \frac{3(x-y)}{4} = 3 \end{cases}$ D) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ \frac{1}{2}x + y = 2 \end{cases}$

Zadanie 10.

Który z układów jest układem sprzecznym?

A) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$ B) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$ C) $\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ D) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 7 \end{cases}$

Odpowiedzi

1. D; 2. C; 3. C; 4. B; 5. C; 6. D; 7. B; 8. B; 9. C; 10. D

PROSTE RÓWNOLEGŁE - ZADANIE 16**Zadanie 1.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami $k : y = (m^2 - 1)x + \sqrt{2}$, $l : y = 5 + 3x$. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa:

A) $m = -1, m = 1$ B) $m = -2, m = 2$
C) $m = -\sqrt{2}, m = \sqrt{2}$ D) $m = -\sqrt{6}, m = \sqrt{6}$

Zadanie 2.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami: $k : y = \frac{2m}{3}x - 1$, $l : y = \frac{3}{4}m + 1$. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa:

A) $m = \frac{2}{3}$ B) $m = \frac{3}{4}$ C) $m = \frac{9}{8}$ D) $m = \frac{3}{2}$

Zadanie 3.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami: $k : y = (2m - 3)x - 10$, $l : y = 2 - 2x$. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa:

- A) $m = \frac{1}{2}$ B) $m = -\frac{1}{2}$ C) $m = \frac{5}{2}$ D) $m = -\frac{5}{2}$

Zadanie 4.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami: $k : y = m^2x - 2m$, $l : y = (4m - 4)x + m$. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa:

- A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 4$ D. $m = -2$

Zadanie 5.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami: $k : y = (m - 1)^2x - 2$, $l : y = m(m - 1)x - 3 + m$. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa:

- A. $m = \frac{1}{3}$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. $m = -\frac{1}{3}$

Zadanie 6.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu $y = 2x - 3$. Prosta l jest równoległa do prostej k i przechodzi przez punkt $A = (-1, -1)$. Wyznacz równanie prostej l .

Zadanie 7.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu $y = -x - 1$. Prosta l jest równoległa do prostej k i przechodzi przez punkt $A = (-3, 5)$. Wyznacz równanie prostej l .

Zadanie 8.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu $y = \frac{1}{2}x - \sqrt{3}$. Prosta l jest równoległa do prostej k i przechodzi przez punkt $A = (4, 1)$. Wyznacz równanie prostej l .

Zadanie 9.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu $y = 4x - 2$. Prosta l jest równoległa do prostej k i przechodzi przez punkt $A = (0, 3)$. Wyznacz równanie prostej l .

Zadanie 10.

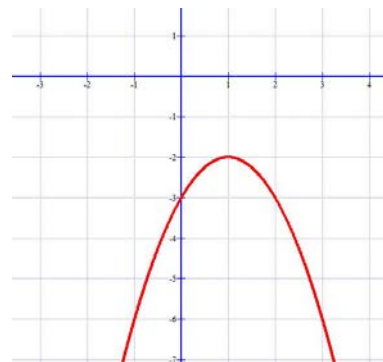
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu $y = \frac{1}{3}x - \frac{3}{4}$. Prosta l jest równoległa do prostej k i przechodzi przez punkt $A = (3\sqrt{2}, +2)$. Wyznacz równanie prostej l .

Odpowiedzi

1. B; 2. C; 3. A; 4. B; 5. D; 6. $y = 2x + 1$; 7. $y = -x + 2$; 8. $y = \frac{1}{2}x - 1$; 9. $y = 4x + 3$; 10. $y = \frac{1}{3}x + 2 - \sqrt{2}$

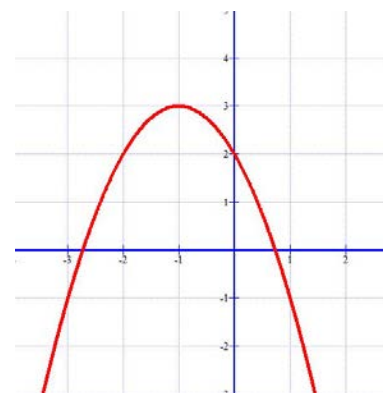
Zadanie 1.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragmenty paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne $W = (1, -2)$. Parabola przechodzi przez punkt $A = (0, -3)$. Wyznacz wzór funkcji w postaci kanonicznej i równanie osi symetrii.



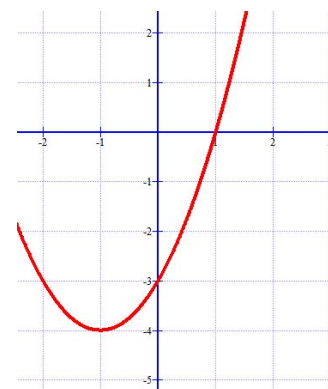
Zadanie 2.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragmenty paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne $W = (-1, 3)$. Parabola przechodzi przez punkt $A = (1, -1)$. Wyznacz wzór funkcji w postaci kanonicznej i równanie osi symetrii.



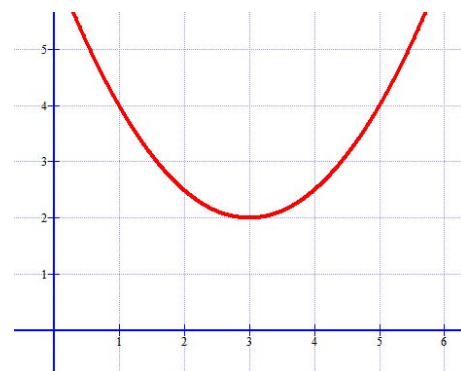
Zadanie 3.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragmenty paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne $W = (-1, -4)$. Parabola przechodzi przez punkt $A = (1, 0)$. Wyznacz wzór funkcji w postaci kanonicznej i równanie osi symetrii.



Zadanie 4.

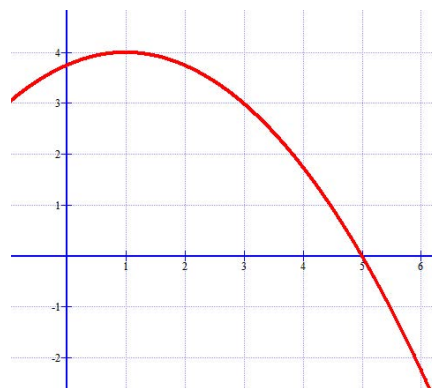
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragmenty paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne $W = (3, 2)$. Parabola przechodzi przez punkt $A = (1, 4)$. Wyznacz wzór funkcji w postaci kanonicznej i równanie osi symetrii.



Zadanie 5.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragmenty paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek).

Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne $W = (1, 4)$. Parabola przechodzi przez punkt $A = (4, 2)$. Wyznacz wzór funkcji w postaci kanonicznej i równanie osi symetrii.

**Zadanie 6.**

Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne $W = (2, 3)$. Parabola przechodzi przez punkt $A = (-1, 12)$. Wyznacz wzór funkcji w postaci kanonicznej i równanie osi symetrii.

Zadanie 7.

Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne $W = (-2, -2)$. Parabola przechodzi przez punkt $A = (2, 6)$. Wyznacz wzór funkcji w postaci kanonicznej i równanie osi symetrii.

Zadanie 8.

Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne $W = (4, -4)$. Parabola przechodzi przez punkt $A = (8, -8)$. Wyznacz wzór funkcji w postaci kanonicznej i równanie osi symetrii.

Zadanie 9.

Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne $W = (\frac{1}{2}, 2)$. Parabola przechodzi przez punkt $A = (2, -\frac{1}{4})$. Wyznacz wzór funkcji w postaci kanonicznej i równanie osi symetrii.

Zadanie 10.

Wierzchołek tej paraboli ma współrzędne $W = (3, -\frac{1}{2})$. Parabola przechodzi przez punkt $A = (2, -2\frac{1}{2})$. Wyznacz wzór funkcji w postaci kanonicznej i równanie osi symetrii.

Odpowiedzi:

1. $y = -(x-1)^2 - 2$, oś symetrii $x = 1$; **2.** $y = -(x+1)^2 + 3$, oś symetrii $x = -1$; **3.** $y = (x+1)^2 - 4$, oś symetrii $x = -1$; **4.** $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 2$, oś symetrii $x = 3$; **5.** $y = \frac{1}{4}(x-1)^2 + 4$, oś symetrii $x = 1$; **6.** $y = (x-2)^2 + 3$, oś symetrii $x = 2$; **7.** $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 2$, oś symetrii $x = -2$; **8.** $y = -\frac{1}{4}(x-4)^2 - 4$, oś symetrii $x = 4$; **9.** $y = -(x-\frac{1}{2})^2 + 2$, oś symetrii $x = \frac{1}{2}$; **10.** $y = -2(x-3)^2 - \frac{1}{2}$, oś symetrii $x = 3$

CIĄGI REKURENCYJNE - ZADANIE 18**Zadanie 1.**

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n - 3$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy:

A. 0

B. -1

C. -3

D. -5

Zadanie 2.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = 5$, $a_{n+1} = -a_n - 3n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy:

- A. -8 B. -2 C. 2 D. -14

Zadanie 3.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = a_n + n - 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy:

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

Zadanie 4.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = -10$, $a_{n+1} = a_n + 5$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy:

- A. -5 B. 0 C. 5 D. 10

Zadanie 5.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n^2 + 2$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy:

- A. 3 B. 11 C. 13 D. 123

Zadanie 6.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = -2$, $a_{n+1} = -3a_n + 2$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma trzech pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa:

- A. -22 B. -16 C. 6 D. 8

Zadanie 7.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = 81$, $a_{n+1} = \sqrt{a_n}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma trzech pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa:

- A. 12 B. 90 C. 93 D. $90 + \sqrt{3}$

Zadanie 8.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = -5$, $a_{n+1} = a_n^2 - 3n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma trzech pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa:

- A. 22 B. 478 C. 492 D. 495

Zadanie 9.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = 9$, $a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n - 3n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma trzech pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa:

- A. 12 B. -4 C. -1 D. 16

Zadanie 10.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n^2 - a_n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma czterech pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa:

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

Odpowiedzi:

1. D; 2. C; 3. B; 4. C; 5. D; 6. B; 7. C; 8. D; 9. A; 10. D.

CIĄGI - ZADANIE 19**Zadanie 1.**

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_n = 2n^2 - 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy:

- A. $a_3 = 1$ B. $a_3 = 7$ C. $a_3 = 17$ D. $a_3 = 35$

Zadanie 2.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_n = \frac{n+1}{n^2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Piąty wyraz tego ciągu jest równy:

- A. $\frac{1}{5}$ B. 0 C. 1 D. $\frac{6}{25}$

Zadanie 3.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_n = \sqrt{n^2 + 4n + 4}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Dziesiąty wyraz tego ciągu jest równy:

- B. 10 C. 12 D. 144

Zadanie 4.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{3-n}{n^2+2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Piąty wyraz tego ciągu jest równy:

- A. $-\frac{2}{27}$ B. $-\frac{1}{9}$ C. $\frac{2}{27}$ D. $\frac{1}{9}$

Zadanie 5.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_n = \sqrt{2n+4}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Ósmy wyraz tego ciągu jest równy:

- A. $2\sqrt{5}$ B. 8 C. $5\sqrt{2}$ D. $\sqrt{12}$

Zadanie 6.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_n = \frac{2n}{(-2)^2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Ósmy wyraz tego ciągu jest równy:

- A. -8 B. -4 C. 4 D. 8

Zadanie 7.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_n = \frac{n^2}{(-1)^{n+1}}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy:

- A. -16 B. -4 C. 4 D. 16

Zadanie 8.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_n = \frac{-4^n}{3}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Drugi wyraz tego ciągu jest równy:

- A. $-\frac{16}{3}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{16}{3}$

Zadanie 9.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_n = \log_4(n^2 + 2n + 1) - 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Zadanie 10.

Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_n = (n - 4)^2 - (2n - 1)^2$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy:

- A. -49 B. -9 C. 9 D. 49

Odpowiedzi:

1. C; 2. D; 3. C; 4. A; 5. A; 6. C; 7. A; 8. A; 9. B; 10. A.

CIĄG ARYTMETYCZNY - ZADANIE 20**Zadanie 1.**

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy $a_1 = 5$ oraz $a_2 = 9$. Oblicz a_{10} .

Zadanie 2.

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy $a_1 = -2$ oraz $a_2 = -5$. Oblicz a_7 .

Zadanie 3.

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy $a_5 = 12$ oraz $a_8 = 21$. Oblicz a_1 .

Zadanie 4.

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy $a_3 = -20$ oraz $a_8 = -12, 5$. Oblicz a_{12} .

Zadanie 5.

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy $a_4 = \frac{1}{2}$ oraz $a_6 = \frac{5}{6}$. Oblicz a_9 .

Zadanie 6.

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy $a_1 = 10$ oraz $a_{21} = 20$. Oblicz S_5 .

Zadanie 7.

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy $a_1 = 2\sqrt{3}$ oraz $a_3 = \sqrt{48}$. Oblicz S_4 .

Zadanie 8.

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy $a_{1000} = -12$ oraz $a_{2025} = 193$. Oblicz różnicę tego ciągu.

Zadanie 9.

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy $a_5 = 5$ oraz $a_{15} = 6$. Ile wyrazów trzeba dodać, aby suma początkowych wyrazów tego ciągu była większa od 50?

Zadanie 10.

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy $a_1 = \log_2 4$ oraz $a_5 = \log_3 81$. Oblicz a_{11} .

Odpowiedzi:

1. $a_{10} = 41$; 2. $a_7 = -20$; 3. $a_1 = 0$; 4. $a_8 = -6, 5$; 5. $a_9 = \frac{4}{3}$; 6. $S_5 = 55$; 7. $S_4 = 14\sqrt{3}$; 8. $r = \frac{1}{5}$; 9. $S_{10} > 50$; 10. $a_{11} = 8$

CIĄG GEOMETRYCZNY - ZADANIE 21**Zadanie 1.**

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, którym $a_1 = 10$ oraz $a_4 = 80$. Oblicz a_5 .

Zadanie 2.

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, którym $a_1 = \frac{1}{2}$ oraz $a_6 = 16$. Oblicz a_2 .

Zadanie 3.

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, którym $a_3 = 12$ oraz $a_5 = 108$. Oblicz a_1 .

Zadanie 4.

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, którym $a_2 = -4$ oraz $a_3 = 12$. Oblicz a_5 .

Zadanie 5.

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, którym $a_1 = \frac{2}{3}$ oraz $a_4 = -\frac{1}{12}$. Oblicz iloraz ciągu.

Zadanie 6.

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, którym $a_{23} = 1000$ oraz $a_{13} = \frac{125}{128}$. Oblicz iloraz ciągu.

Zadanie 7.

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, którym $a_3 = \frac{7}{18}$ oraz $a_7 = \frac{7}{1458}$. Oblicz iloraz ciągu.

Zadanie 8.

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, którym $a_3 = 12$ oraz $a_4 = -48$. Oblicz S_3 .

Zadanie 9.

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, którym $a_2 = 3$ oraz $a_5 = \frac{3}{512}$. Oblicz $S_5 - S_3$.

Zadanie 10.

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, którym $a_3 = \frac{70}{3}$ oraz $q = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Które wyrazy ciągu są mniejsze od 10?

Odpowiedzi:

1. $a_5 = 160$; 2. $a_2 = 1$; 3. $a_1 = \frac{4}{3}$; 4. $a_5 = 108$; 5. $q = -\frac{1}{2}$; 6. $q = 2$ lub $q = -2$; 7. $q = -\frac{1}{3}$ lub $q = \frac{1}{3}$; 8. $S_3 = 9\frac{3}{4}$; 9. $S_5 - S_3 = -\frac{27}{512}$; 10. a_1, a_2, a_3, a_4

TWIERDZENIE SĄSIADÓW - CIĄG ARYTMETYCZNY - ZADANIE 22**Zadanie 1.**

Trzywyrazowy ciąg $(3, 2m + 3, 11)$ jest arytmetyczny, gdy liczba m jest równa:

- A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. $m = 4$

Zadanie 2.

Trzywyrazowy $(4, m^2 + 1, 16)$ ciąg jest arytmetyczny, gdy liczba m jest równa:

- A. $m = -\sqrt{7}$ lub $m = \sqrt{7}$ B. $m = -2$ lub $m = 2$
C. $m = -3$ lub $m = 3$ D. $m = -7$ lub $m = 7$

Zadanie 3.

Trzywyrazowy ciąg $(2m + 3, 6m + 4, 20 - 5m)$ jest arytmetyczny, gdy liczba m jest równa:

- A. $m = -2$ B. $m = -1$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Zadanie 4.

Trzywyrazowy ciąg $(m^3 + 1, 12, 10 + \log_5 125 + 2 \cdot 2^0)$ jest arytmetyczny, gdy liczba m jest równa:

- A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 4$ D. $m = \frac{1}{2}$

Zadanie 5.

Trzywyrazowy ciąg $(m^2 - 16, m^2 + 4, 2m^2 - 12)$ jest arytmetyczny, gdy liczba m jest równa:

A. $m = -3$ lub $m = 3$

B. $m = -4$ lub $m = 4$

C. $m = -5$ lub $m = 5$

D. $m = -6$ lub $m = 6$

Zadanie 6.

Liczby $x, y, 19$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny, przy czym $x + y = 8$. Oblicz x i y .

Zadanie 7.

Liczby $(2x + 4, x^2 + 8, 18 - x)$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny. Oblicz x .

Zadanie 8.

Liczby $(3, |2x + 4|, 17)$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny. Oblicz x .

Zadanie 9.

Liczby $(4 - x, x^2 - 4x - 8, -x)$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny. Oblicz x .

Zadanie 10.

Liczby $(3x + \frac{1}{2}, x^2 - \frac{1}{2}x + 4, 2x + 5)$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny. Oblicz x .

Odpowiedzi:

1. B; 2. C; 3. C; 4. B; 5. D; 6. $x = -1, y = 9$; 7. $x = -\frac{3}{2}, x = 2$; 8. $x = -7, x = 3$; 9. $x = -2, x = 5$;

10. $x = \frac{1}{2}, x = 2\frac{1}{2}$

TWIERDZENIE SĄSIADÓW - CIĄG GEOMETRYCZNY - ZADANIE 23**Zadanie 1.**

Trzywyrazowy ciąg $(m + 1, 4, 8)$ jest geometryczny, gdy liczba m jest równa:

A. $m = 1$

B. $m = 2$

C. $m = 3$

D. $m = 4$

Zadanie 2.

Trzywyrazowy ciąg $(-2, 6, m + 3)$ jest geometryczny, gdy liczba m jest równa:

A. $m = 15$

B. $m = -21$

C. $m = -9$

D. $m = 3$

Zadanie 3.

Trzywyrazowy ciąg $(3, m^2, 27)$ jest geometryczny, gdy liczba m jest równa:

A. $m = -\sqrt{3}$ lub $m = \sqrt{3}$

B. $m = -3$ lub $m = 3$

C. $m = -3\sqrt{3}$ lub $m = 3\sqrt{3}$

D. $m = -9$ lub $m = 9$

Zadanie 4.

Trzywyrazowy ciąg $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{m-1}{2m+3})$ jest geometryczny, gdy liczba m jest równa:

A. $m = 1$

B. $m = 2$

C. $m = 3$

D. $m = 4$

Zadanie 5.

Trzywyrazowy ciąg $(m - 4\frac{1}{2}, 6, m + 4\frac{1}{2})$ jest geometryczny, gdy liczba m jest równa:

A. $m = -1\frac{1}{2}$

B. $m = 1\frac{1}{2}$

C. $m = -7\frac{1}{2}$ lub $m = 7\frac{1}{2}$

D. $m = -\frac{\sqrt{129}}{2}$ lub $m = \frac{\sqrt{129}}{2}$

Zadanie 6.

Liczby $(x + 1, 10, 2x + 12)$ w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Oblicz x .

Zadanie 7.

Liczby $(x - 1, \sqrt{10}, x + 2)$ w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Oblicz x .

Zadanie 8.

Liczby $(x + 2, \frac{\sqrt{14}}{2}, x - \frac{1}{2})$ w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Oblicz x .

Zadanie 9.

Liczby $(x, 3\sqrt{6}, x - 3)$ w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Oblicz x .

Zadanie 10.

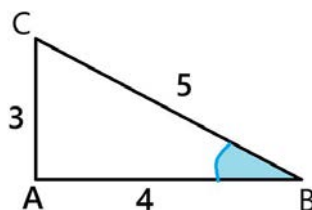
Liczby $(\sqrt{2}x - 3, 2\sqrt{2}, \sqrt{2}x + 4)$ w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Oblicz x .

Odpowiedzi:

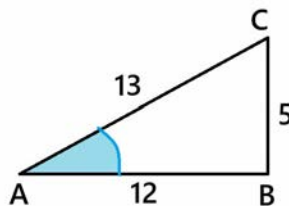
1. A; 2. B; 3. B; 4. C; 5. C; 6. $x = -11$ lub $x = 4$; 7. $x = -4$ lub $x = 3$; 8. $x = -3$ lub $x = \frac{3}{2}$; 9. $x = -6$ lub $x = 9$; 10. $x = -\frac{5\sqrt{2}}{2}$ lub $x = 2\sqrt{2}$

TRYGONOMETRIA cz. 1 - ZADANIE 24**Zadanie 1.**

Dany jest trójkąt prostokątny ABC .
Wyznacz wartości funkcji trygonometrycznej kąta ABC .

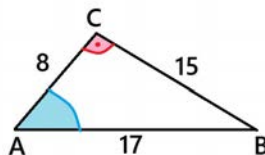
**Zadanie 2.**

Dany jest trójkąt prostokątny ABC .
Wyznacz wartości funkcji trygonometrycznej kąta BAC .

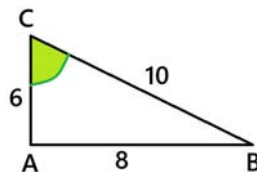


Zadanie 3.

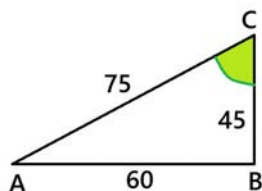
Dany jest trójkąt prostokątny ABC .
Wyznacz wartości funkcji trygonometrycznej kąta BAC .

**Zadanie 4.**

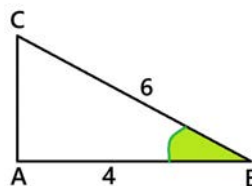
Dany jest trójkąt prostokątny ABC .
Wyznacz wartości funkcji trygonometrycznej kąta ACB .

**Zadanie 5.**

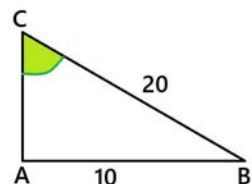
Dany jest trójkąt prostokątny ABC .
Wyznacz wartości funkcji trygonometrycznej kąta ACB .

**Zadanie 6.**

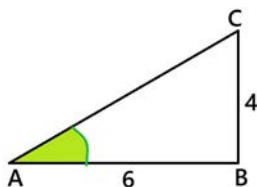
Dany jest trójkąt prostokątny ABC .
Oblicz sinus zaznaczonego na zielono kąta.

**Zadanie 7.**

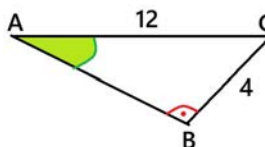
Dany jest trójkąt prostokątny ABC .
Oblicz cosinus zaznaczonego na zielono kąta.

**Zadanie 8.**

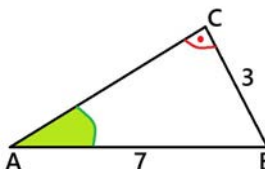
Dany jest trójkąt prostokątny ABC .
Oblicz cosinus zaznaczonego na zielono kąta.

**Zadanie 9.**

Dany jest trójkąt prostokątny ABC .
Oblicz tangens zaznaczonego na zielono kąta.

**Zadanie 10.**

Dany jest trójkąt prostokątny ABC .
Oblicz tangens zaznaczonego na zielono kąta.



Odpowiedzi:

1. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$; 2. $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\cos \alpha = \frac{12}{13}$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12}$; 3. $\sin \alpha = \frac{15}{17}$, $\cos \alpha = \frac{8}{17}$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{8}$; 4. $\sin \alpha = \frac{8}{10}$, $\cos \alpha = \frac{6}{10}$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{6}$; 5. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$; 6. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{6}$; 7. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; 8. $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}$; 9. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$; 10. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{2\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{20}$

TRYGONOMETRIA cz. 2 - ZADANIE 25**Zadanie 1.**

Kąt o mierze α jest ostry oraz $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Obliczy cosinus kąta o mierze α .

Zadanie 2.

Kąt o mierze α jest ostry oraz $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Obliczy tangens kąta o mierze α .

Zadanie 3.

Kąt o mierze α jest ostry oraz $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Obliczy sinus kąta o mierze α .

Zadanie 4.

Kąt o mierze α jest ostry oraz $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$. Obliczy tangens kąta o mierze α .

Zadanie 5.

Kąt o mierze α jest ostry oraz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$. Obliczy cosinus kąta o mierze α .

Zadanie 6.

Kąt o mierze α jest ostry oraz $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$. Obliczy sinus kąta o mierze α .

Zadanie 7.

Kąt o mierze α jest rozwarty oraz $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Obliczy cosinus kąta o mierze α .

Zadanie 8.

Kąt o mierze α jest rozwarty oraz $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{4}$. Obliczy sinus kąta o mierze α .

Zadanie 9.

Kąt o mierze α jest rozwarty oraz $\operatorname{tg} \alpha = -4$. Obliczy sinus kąta o mierze α .

Zadanie 10.

Kąt o mierze α jest rozwarty oraz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{5}$. Obliczy cosinus kąta o mierze α .

Odpowiedzi:

1. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$; 2. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3\sqrt{7}}{7}$; 3. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$; 4. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{14}}{2}$; 5. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$; 6. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$; 7. $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$; 8. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{4}$; 9. $\sin \alpha = \frac{4\sqrt{17}}{17}$; 10. $\cos \alpha = -\frac{5\sqrt{29}}{29}$

Zadanie 1.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A = (5, 0)$. Przekątne tego kwadratu przecinają się w punkcie $S = (2, 4)$. Oblicz przekątną tego kwadratu.

Zadanie 2.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A = (1, -1)$. Przekątne tego kwadratu przecinają się w punkcie $S = (5, -5)$. Oblicz pole tego kwadratu.

Zadanie 3.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A = (4, -1)$ oraz $B = (-1, 11)$. Oblicz długość przekątnej tego kwadratu.

Zadanie 4.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $B = (0, -5)$. Przekątne AC i BD tego kwadratu przecinają się w punkcie $S = (10, -3)$. Wyznacz współrzędne punktu D .

Zadanie 5.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $D = (2, -3)$. Przekątne tego kwadratu przecinają się w punkcie $S = (1, 4)$. Oblicz obwód tego kwadratu.

Zadanie 6.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A = (4, -1)$ oraz $B = (-1, 12)$. Oblicz pole tego kwadratu.

Zadanie 7.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $C = (-2, 2)$ oraz $B = (-1, -1)$. Oblicz obwód tego kwadratu.

Zadanie 8.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A = (-12, -12)$. Środek odcinka AB ma współrzędne $S = (-6, -4)$. Oblicz długość przekątnej tego kwadratu.

Zadanie 9.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$. Przekątne tego kwadratu przecinają się w punkcie $S = (4, 4)$. Środek odcinka BC ma współrzędne $S_{BC} = (0, 1)$. Oblicz pole tego kwadratu.

Zadanie 10.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$. Środek odcinka BC ma współrzędne $S_{BC} = (-2, -7)$ oraz Środek odcinka CD ma współrzędne $S_{CD} = (4, 1)$. Oblicz długość przekątnej tego kwadratu.

Odpowiedzi:

1. $d = 10$; 2. $P = 64$; 3. $d = 13\sqrt{2}$; 4. $D = (20, -1)$; 5. $L = 40$; 6. $P = 194$; 7. $L = 4\sqrt{10}$; 8. $d = 20\sqrt{2}$; 9. $P = 100$; 10. $d = 20$

RÓWNANIE OKRĘGU - ZADANIE 27

Zadanie 1.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $P = (1, 1)$ leży na okręgu O o środku w punkcie $S = (2, 4)$. Wyznacz równanie tego okręgu.

Zadanie 2.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $P = (-3, -2)$ leży na okręgu O o środku w punkcie $S = (1, 1)$. Wyznacz równanie tego okręgu.

Zadanie 3.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $P = (-2, 5)$ leży na okręgu O o środku w punkcie $S = (-1, -2)$. Wyznacz równanie tego okręgu.

Zadanie 4.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $P = (3, 3)$ leży na okręgu O o środku w punkcie $S = (0, 0)$. Wyznacz równanie tego okręgu.

Zadanie 5.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg o równaniu: $(x-1)^2 + (y+2)^2 = r^2$, gdzie r jest promieniem tego okręgu. Wyznacz długość średnicy tego okręgu, jeżeli punkty $P = (5, -5)$ należy do tego okręgu.

Zadanie 6.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg o równaniu: $(x-7)^2 + (y+12)^2 = r^2$, gdzie r jest promieniem tego okręgu. Wyznacz długość promienia tego okręgu, jeżeli punkty $P = (8, -14)$ należy do tego okręgu.

Zadanie 7.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) odcinek o końcach $A = (-1, -3)$ oraz $B = (-7, 5)$ jest średnicą tego okręgu. Wyznacz równanie tego okręgu.

Zadanie 8.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) odcinek o końcach $A = (0, 0)$ oraz $B = (-6, 8)$ jest średnicą tego okręgu. Wyznacz równanie tego okręgu.

Zadanie 9.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg o równaniu: $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 7$. Oblicz promień tego okręgu.

Zadanie 10.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg o równaniu: $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 48$. Oblicz długość średnicy tego okręgu.

Odpowiedzi:

1. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 10$; 2. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$; 3. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 50$; 4. $x^2 + y^2 = 18$; 5. $d = 10$; 6. $r = \sqrt{5}$; 7. $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 25$; 8. $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$; 9. $r = \sqrt{7}$; 10. $d = 8\sqrt{3}$

STATYSTYKA - ZADANIE 28 i 29

Zadanie 1.

Zadanie 30. (0–3)

W tabeli zestawiono liczbę punktów uzyskanych przez 32 uczniów pewnej klasy za rozwiązanie jednego z zadań ze sprawdzianu z matematyki.

Liczba punktów	0	1	2	3	4	5
Liczba uczniów, którzy otrzymali daną liczbę punktów	4	2	5	5	11	5

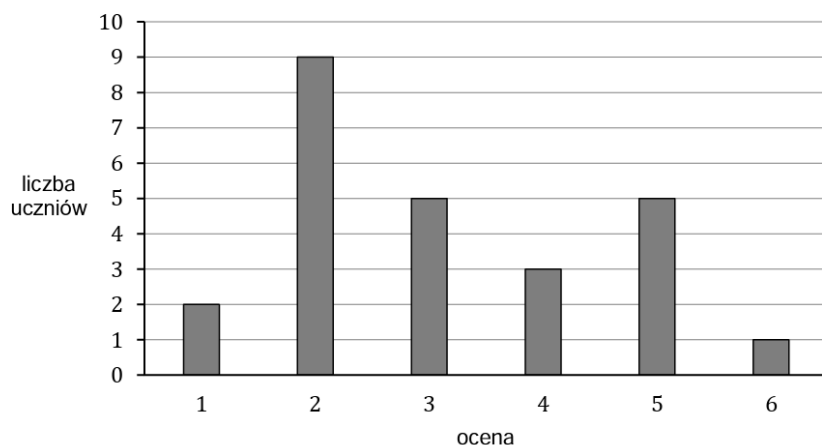
Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie liczby w wy kropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Wynik niższy od średniej arytmetycznej liczby punktów otrzymanych przez tych uczniów za rozwiązanie tego zadania uzyskało dokładnie uczniów tej klasy.
2. Mediana liczby punktów otrzymanych przez tych uczniów za rozwiązanie tego zadania jest równa
3. Dominanta liczby punktów otrzymanych przez tych uczniów za rozwiązanie tego zadania jest równa

Zadanie 2.

Zadanie 27. (0–1)

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.



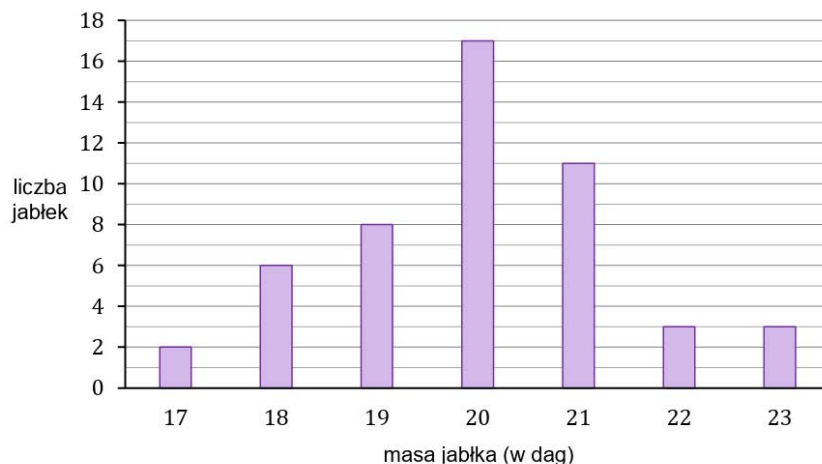
Średnia arytmetyczna ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

- A. 3 B. 3,12 C. 3,5 D. 4,1(6)

Zadanie 3.

Zadanie 29.

W hurtowni owoców wyselekcjonowane jabłko spełnia normę jakości, gdy jego masa (po zaokrągleniu do pełnych dekagramów) mieści się w przedziale [19 dag, 21 dag].
Pobrano próbę kontrolną liczącą 50 jabłek i następnie zważono każde z nich.
Na poniższym wykresie słupkowym przedstawiono rozkład masy jabłek w badanej próbie.
Na osi poziomej podano – wyrażoną w dekagramach – masę jabłka (w zaokrągleniu do pełnych dekagramów), a na osi pionowej przedstawiono liczbę jabłek o określonej masie.



Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

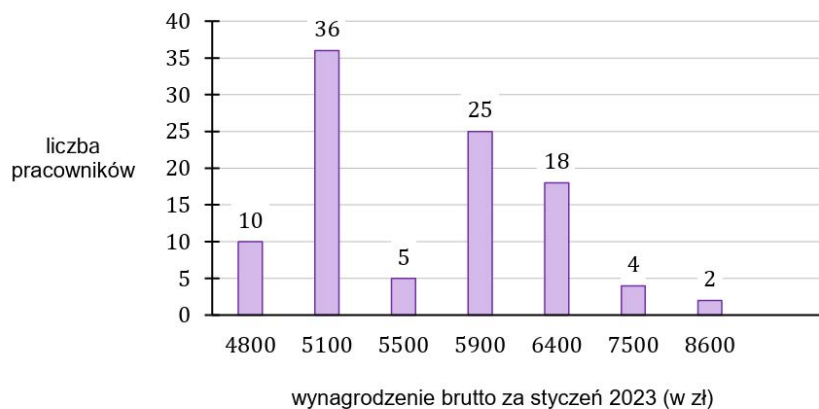
Dominanta masy 50 zważonych jabłek (w zaokrągleniu do pełnych dekagramów) z pobranej próby kontrolnej jest równa

A.	20 dag,	ponieważ	1.	ta masa jest największa w tej próbie.
			2.	iloczyn tej masy i liczby jabłek o takiej masie jest największy w tej próbie.
B.	23 dag,		3.	ta masa występuje najliczniej w tej próbie.

Zadanie 4.

Zadanie 32. (0–1)

Na diagramie przedstawiono rozkład wynagrodzenia brutto wszystkich stu pracowników pewnej firmy za styczeń 2023 roku.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

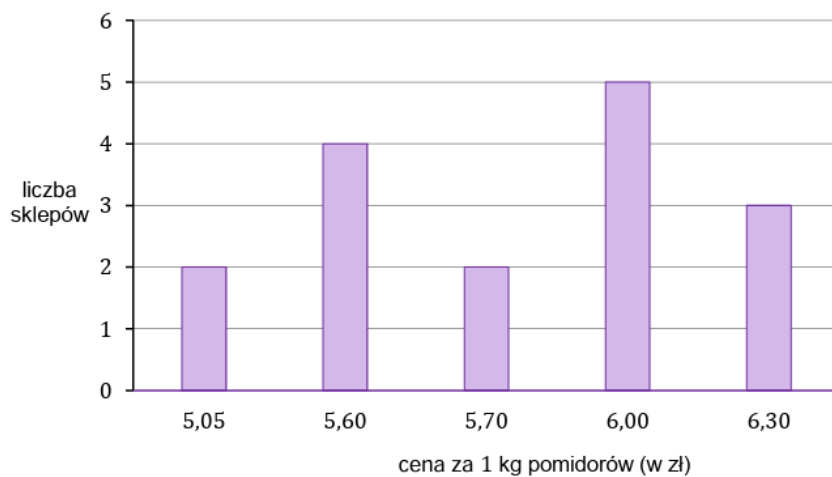
Średnia wynagrodzenia brutto wszystkich pracowników tej firmy za styczeń 2023 roku jest równa

- A. 5 690 zł B. 5 280 zł C. 6 257 zł D. 5 900 zł

Zadanie 5.

Zadanie 29. (0–2)

Na diagramie poniżej przedstawiono ceny pomidorów w szesnastu wybranych sklepach.



Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–E.

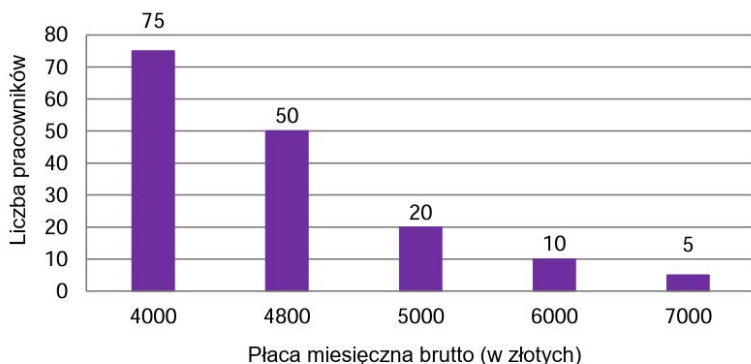
29.1.	Mediana ceny kilograma pomidorów w tych wybranych sklepach jest równa	
29.2.	Średnia cena kilograma pomidorów w tych wybranych sklepach jest równa	

- A. 5,80 zł B. 5,73 zł C. 5,85 zł D. 6,00 zł E. 5,70 zł

Zadanie 6.

Zadanie 24.

Firma $\mathcal{F}$ zatrudnia 160 osób. Rozkład płac brutto pracowników tej firmy przedstawia poniższy diagram. Na osi poziomej podano – wyrażoną w złotych – miesięczną płacę brutto, a na osi pionowej podano liczbę pracowników firmy $\mathcal{F}$, którzy otrzymują płacę miesięczną w danej wysokości.



Zadanie 24.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia miesięczna płaca brutto w firmie $\mathcal{F}$ jest równa

- A. 4 593,75 zł B. 4 800,00 zł C. 5 360,00 zł D. 2 399,33 zł

Zadanie 7.

Zadanie 28. (0–1)

W pewnej grupie uczniów przeprowadzono ankietę na temat liczby odsłuchanych audiobooków w lutym 2022 roku. Wyniki ankiety przedstawiono w tabeli.

Liczba odsłuchanych audiobooków	0	1	2	3	4	7
Liczba uczniów	9	5	3	4	1	3

Mediana liczby odsłuchanych audiobooków w tej grupie uczniów jest równa

- A. 3 B. 2 C. 1 D. $\frac{3}{2}$

Zadanie 8.

Zadanie 28. (0–1)

Średnia arytmetyczna zestawu sześciu liczb: $2x$, 4, 6, 8, 11, 13, jest równa 5. Wynika stąd, że

- A. $x = -1$ B. $x = 7$ C. $x = -6$ D. $x = 6$

Zadanie 9.

Zadanie 30.

W pewnej grupie 100 uczniów przeprowadzono sondaż dotyczący dziennego czasu korzystania z komputera. Wyniki sondażu przedstawia poniższy diagram. Na osi poziomej podano – wyrażony w godzinach – dzienny czas korzystania przez ucznia z komputera. Na osi pionowej przedstawiono liczbę uczniów, którzy dziennie korzystają z komputera przez określony czas.



Zadanie 30.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Mediana dziennego czasu korzystania przez ucznia z komputera jest równa 2,25 godziny.	P	F
Połowa z tej grupy uczniów korzysta dziennie z komputera przez mniej niż 2,5 godziny.	P	F

Zadanie 30.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dominanta dziennego czasu korzystania przez ucznia z komputera jest równa

- A. 2,25 godziny. B. 2,50 godziny. C. 2,75 godziny. D. 1,50 godziny.

Zadanie 10.

Zadanie 28. (0–1)

Średnia arytmetyczna czterech liczb dodatnich: 2 , $3x$, $3x + 2$, $3x + 4$ jest równa $\frac{13}{2}$. Wynika stąd, że

- A. $x = 9$ B. $x = \frac{13}{2}$ C. $x = \frac{5}{9}$ D. $x = 2$

Odpowiedzi:

1. 1. 11, 2. 3,5, 3. 4 ; 2. B; 3. A3; 4. A; 5. C, A; 6. A; 7. C; 8. C; 9. P, P, B; 10. D

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA cz. 1 - ZADANIE 30

Zadanie 1.

Dane są dwa zbiory: $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ oraz $Y = \{4, 5, 6, 7\}$. Losujemy jedną liczbę ze zbioru x , a następnie jedną liczbę ze zbioru Y . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosujemy liczby, których iloczyn będzie podzielny przez 4.

Zadanie 2.

Dan są dwa zbiory: $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ oraz $Y = \{10, 11, 12, 13\}$. Losujemy jedną liczbę ze zbioru x , a następnie jedną liczbę ze zbioru Y . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosujemy liczby, których suma będzie podzielna przez 5.

Zadanie 3.

Dan są dwa zbiory: $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ oraz $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Losujemy jedną liczbę ze zbioru x , a następnie jedną liczbę ze zbioru Y . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosujemy liczby, których iloczyn będzie większy od 10.

Zadanie 4.

Dan są dwa zbiory: $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ oraz $Y = \{4, 5, 6, 7\}$. Losujemy jedną liczbę ze zbioru x , a następnie jedną liczbę ze zbioru Y . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosujemy liczby, których suma będzie mniejsza niż 10.

Zadanie 5.

Dan są dwa zbiory: $X = \{2, 3, 4, 5\}$ oraz $Y = \{3, 5, 7, 9\}$. Losujemy jedną liczbę ze zbioru x , a następnie jedną liczbę ze zbioru Y . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosujemy liczby, których iloczyn będzie liczbą parzystą.

Zadanie 6.

Dan są dwa zbiory: $X = \{10, 20, 30, 40, 50\}$ oraz $Y = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. Losujemy jedną liczbę ze zbioru x , a następnie jedną liczbę ze zbioru Y . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosujemy liczby, których suma będzie parzysta.

Zadanie 7.

Dan są dwa zbiory: $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ oraz $Y = \{2, 3, 4\}$. Losujemy jedną liczbę ze zbioru x , a następnie jedną liczbę ze zbioru Y . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosujemy liczby, których suma jest liczbą pierwszą.

Zadanie 8.

Dan są dwa zbiory: $X = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}\}$ oraz $Y = \{4, 6, 9, 10\}$. Losujemy jedną liczbę ze zbioru x , a następnie jedną liczbę ze zbioru Y . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosujemy liczby, których iloczyn będzie liczbą pierwszą.

Zadanie 9.

Dan są dwa zbiory: $X = \{100, 200, 300, 400, 500\}$ oraz $Y = \{12, 13, 14, 15\}$. Losujemy jedną liczbę ze zbioru x , a następnie jedną liczbę ze zbioru Y . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosujemy liczby, których suma będzie podzielna przez 4.

Zadanie 10.

Dan są dwa zbiory: $X = \{3, 5, 7, 9\}$ oraz $Y = \{4, 6, 8, 10\}$. Losujemy jedną liczbę ze zbioru x , a następnie jedną liczbę ze zbioru Y . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosujemy liczby, których iloczyn będzie wielokrotnością liczby 6.

Odpowiedzi:

1. $P(A) = \frac{9}{20}$; 2. $P(A) = \frac{1}{5}$; 3. $P(A) = \frac{2}{5}$; 4. $P(A) = \frac{7}{10}$; 5. $P(A) = \frac{1}{2}$; 6. $P(A) = \frac{3}{5}$; 7. $P(A) = \frac{7}{12}$;
8. $P(A) = \frac{5}{16}$; 9. $P(A) = \frac{1}{4}$; 10. $P(A) = \frac{5}{8}$

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA cz. 2 - ZADANIE 31**Zadanie 1.**

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Zdarzenie A polega na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek będzie równa 9. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A .

Zadanie 2.

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Zdarzenie A polega na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek będzie parzysta. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A .

Zadanie 3.

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Zdarzenie A polega na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek będzie większa niż 6. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A .

Zadanie 4.

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Zdarzenie A polega na tym, że iloczyn liczb wyrzuconych oczek będzie podzielny przez 3. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A .

Zadanie 5.

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Zdarzenie A polega na tym, że iloczyn liczb wyrzuconych oczek będzie nie mniejszy niż 10. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A .

Zadanie 6.

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Zdarzenie A polega na tym, że iloczyn liczb wyrzuconych oczek będzie większy niż 12 i nieparzysty. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A .

Zadanie 7.

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Zdarzenie A polega na tym, że iloraz liczb wyrzuconych oczek na pierwszej kostce przez liczbę oczek wyrzuconych na drugiej kostce będzie większy niż 1. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A .

Zadanie 8.

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Zdarzenie A polega na tym, że iloraz liczb wyrzuconych oczek na pierwszej kostce przez liczbę oczek wyrzuconych na drugiej kostce będzie liczbą naturalną. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A .

Zadanie 9.

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Zdarzenie A polega na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A .

Zadanie 10.

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Zdarzenie A polega na tym, że iloczyn liczb wyrzuconych oczek przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A .

Odpowiedzi:

1. $P(A) = \frac{1}{9}$; 2. $P(A) = \frac{1}{2}$; 3. $P(A) = \frac{7}{12}$; 4. $P(A) = \frac{5}{9}$; 5. $P(A) = \frac{17}{36}$; 6. $P(A) = \frac{1}{12}$; 7. $P(A) = \frac{5}{12}$; 8. $P(A) = \frac{7}{18}$; 9. $P(A) = \frac{1}{3}$; 10. $P(A) = \frac{2}{9}$

Potrzebujesz pomocy w przygotowaniu się do
matury z matmy?

SPRAWDŹ MzP!



$$\cos 50^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos(x \pm y)}$$
$$a^2 + b^2 = r^2 \cos x$$

